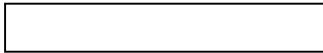


Державний комітет зв'язку та інформатизації України
Українська державна академія зв'язку ім. О.С. Попова
Кафедра фізики

ЕЛЕКТРОФІЗИЧНІ ПАРАМЕТРИ МЕТАЛІВ ТА НАПІВПРОВІДНИКІВ

Методичний посібник
до комплексного завдання з фізики

Одеса 2000



Укладачі: **Ю.К. Марколенко, Л.А. Назаренко, П.Ю. Марколенко**

Відповідальний редактор **І.М. Вікулін**

Редактор

І.В. Ращупкіна

Комп'ютерне верстання

та макетування

Є.С. Корнійчук

Затверджено

на засіданні кафедри фізики

від 14. 11. 1999р. протокол № 3

Методичні вказівки до виконання комплексного завдання

1 Студенти I курсу очної форми навчання в другому семестрі повинні вивчити наступні розділи з курсу фізики: елементи атомної фізики і квантової механіки, фізику твердого тіла; виконати лабораторні роботи з цих розділів та комплексне завдання.

2 До комплексного завдання включено п'ять задач, дані до котрих подано в таблицях варіантів. Номер варіанта збігається з порядковим номером прізвища студента в журналі групи.

3 Звіт з комплексного завдання повинен бути виконаний на листах стандартного розміру (288x203 мм). Записи виконуються з одного боку листа, залишаючи другий бік для можливих зауважень та рекомендацій викладача.

4 На листах необхідно залишити поля: з правого боку – 10 мм, з лівого боку – 30 мм, зверху та знизу – по 20 мм.

5 Сторінки тексту, рисунки повинні мати наскрізну нумерацію. Титульний лист водночас є першою сторінкою й не нумерується. Номер сторінки проставляється в правому верхньому куті.

6 Розміщення текстового матеріалу:

- титульний лист стандартної форми;
- варіант, назва розділу і повний текст задачі без скорочень по даному розділу;
- коротка умова задачі в системі СІ;
- аналіз розв'язку;
- висновок.

7 Наприкінці роботи необхідно вказати навчальні посібники, котрими студент користується при виконанні комплексного завдання. В списку літератури вказуються прізвища та ініціали автора, повна назва посібника, місце видання, видавництво, рік видання.

8 Розв'язок задачі до кожного розділу має супроводжуватись короткими теоретичними відомостями, на підставі котрих розв'язується задача.

9 Математичні вирази необхідно записувати окремим рядком поза текстом. Кожному виразу має передувати текст, пояснюючи його призначення.

10 Оформляючи звіт до комплексного завдання, необхідно турбуватись про зручність його читання викладачем, записи повинні бути нещільними. Розділи та завдання слід супроводити заголовками. Слід чітко записувати індекси всіх величин, показники степеня.

11 В тих випадках, коли це необхідно, студент повинен виконати рисунок до задачі за допомогою креслярських приналежностей.

12 Розв'язувати задачу необхідно, як правило, в загальному вигляді, тобто виражати шукану величину через задані в умові параметри (в буквенних значеннях).

13 Після дістання кінцевих результатів необхідно перевірити їхні розмірності.

14 Обчислення в кінцевій формулі необхідно виконувати у відповідності з правилами обчислення.

Робоча програма

(II семестр)

1 АТОМНА ФІЗИКА ТА КВАНТОВА МЕХАНІКА

- 1 1 Випромінювання зовсім темного тіла. Модель атома Резерфорда. Ускладнення планетарної моделі. Постулати Бора. Наслідки теорії Бора.
- 2 Досліди Франка і Герца. Фотоефект. Ефект Комптона. Корпускулярно–хвильовий дуалізм. Співвідношення невизначеностей.
- 3 Хвильова функція. Рівняння Шредінгера. Вільна частинка. Частинка в потенційній ямі.
- 4 Атом водню в квантовій механіці. Квантові числа. Періодична система елементів Менделєєва.

2 ФІЗИКА НАПІВПРОВІДНИКІВ

- 1 Будова твердих тіл.
- 2 Рівняння Шредінгера. Енергетичні зони в кристалах.
- 3 Власна провідність напівпровідників. Домішкова провідність. Залежність провідності від температури.
- 4 Рівноважні й нерівноважні носії заряду. Внутрішній фотоефект.
- 5 Електронно–діркові переходи.
- 6 Інжекція та екстракція неосновних носіїв заряду.
- 7 Вольт–амперна характеристика *p-n*-переходу.
- 8 Пробій *p-n*-переходу.
- 9 Діоди.
- 10 Біполярні транзистори.
- 11 Польові транзистори.
- 12 Акустoeлектронні прибори.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Трофимова.Т.И. Курс физики.–М.: Высшая школа, 1990.
- 2 Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.–М.: Наука,1982.– Т. 3.
- 3 Викулин И.М., Стафеев В.И. Физика полупроводниковых приборов.– М: Радио и связь, 1990.
- 4 Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике.–М.: Высшая школа,1991.
- 5 Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики.–М.: Высшая школа,1991.
- 6 Методические указания для самостоятельной работы студентов:
 - Викулин И.М., Горбачев В.Э. Электрофизика. Ч.–2.–Одесса:УГАС, 1998.
 - Марютин В.И., Назаренко Л.А. Элементы физики твердого тела. – Одесса: УГАС, 1993.

Мета комплексного завдання

Закріпити теоретичні знання з основ фізики твердого тіла, вивчити основи зонної теорії кристалічних твердих тіл, навчитись розраховувати основні електрофізичні параметри металів та напівпровідників.

Контрольні запитання

Для виконання комплексного завдання слід вивчити нижче наведені теми і вміти усно відповісти на контрольні запитання.

Елементи кристалографії

- 1 Яка різниця між кристалічними та аморфними твердими тілами?
- 2 Що називається елементарною коміркою кристала?
- 3 Що називається параметрами кристалічної ґратки?
- 4 Які існують основні типи кристалічних ґраток?
- 5 Що називають коефіцієнтом пакування?
- 6 Що називають координаційним числом?
- 7 Що називають радіусом атома металу?
- 8 Виведіть формулу для визначення параметра ґратки простої речовини за відомими значеннями його густини D і молекулярної маси M .

Основні електрофізичні параметри металів

- 1 Що таке дрейфова швидкість, рухомість електронів?
- 2 Як утворюються енергетичні зони в твердих тілах?
- 3 Валентні електрони в кристалі належать—кожний своєму атому чи всьому кристалу?

- 4 Яка різниця по між провідником, напівпровідником й ізоляторами з точки зору зонної теорії?
- 5 Чим визначається значення енергії Фермі в металах? Чому дорівнює середня енергія електронів в металі?
- 6 Як змінюється електропровідність металів з підвищенням температури?

Основні електрофізичні параметри напівпровідників

- 1 Що таке ефективна маса електрона і дірки в кристалі?
- 2 Який є механізм власної електропровідності напівпровідників?
- 3 Які зміни в зонну структуру напівпровідника вносять дефекти кристалічної ґратки?
- 4 Який є механізм примісної електропровідності напівпровідника?
- 5 Де перебуває рівень Фермі у власному та примісному напівпровіднику при $T = 0 \text{ K}$? Як змінюється його положення зі зростанням температури?
- 6 Яка є температурна залежність електропровідності напівпровідника?

Основні формули

1 Елементи кристалографії

Молярний об'єм кристала $V_m = \frac{M}{D}$,

де M – молярна маса речовини; D – щільність кристала.

Об'єм V_k елементарної ячейки кристала при кубічній сингонії:

$$V_k = a^3,$$

де a – параметр решітки.

Об'єм атома

$$V_A = \frac{4}{3}\pi R_A^3,$$

де R_A – радіус атома;

Число Z_M – елементарних комірок в одному молі кристала

$$Z_M = \frac{N_A}{N},$$

де N_A – число Авогадро; N – число атомів, що припадає на одну елементарну комірку.

Параметр a кубічної ґратки

$$a = \sqrt[3]{\frac{NM}{DN_A}}.$$

Віддаль d по між сусідніми атомами в кубічній ґратці:

в примітивній $d = a;$

в гранецентрованій $d = \frac{a}{\sqrt{2}};$

в об'ємцентрованій $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Концентрація атомів в ґратці кристала:

$$n = \frac{N}{V_K} = \frac{DN_A}{M}.$$

Коефіцієнт упаковки для кубічної ґратки:

$$K_{VII} = \frac{V_A N}{V_K} = \frac{4\pi R_A^3 N}{3a^3},$$

де V_A – об'єм атома; V_K – об'єм елементарної кубічної комірки; N – число атомів в комірці.

2 Основні електрофізичні параметри металів

1 Залежність питомого опору металу від температури виражається співвідношенням

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t),$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ; ρ – питомий опір при температурі $t^\circ\text{C}$; α – температурний коефіцієнт опору металу.

2 Питома електропровідність пов'язана з питомим опором співвідношенням

$$\gamma = \frac{1}{\rho}.$$

3 Питома електропровідність металу пов'язана з рухомістю електронів:

$$\gamma = en_E u_N,$$

де e – заряд електрона; n_E – концентрація електронів провідності; U_N – рухомість електронів.

4 Рухомість електронів чисельно дорівнює середній дрейфовій швидкості, котру дістають електрони під дією зовнішнього електричного поля одиничної напруженості:

$$U_N = \frac{\langle V_d \rangle}{E}.$$

5 Енергія Фермі електронів в металі при $T = 0\text{ K}$:

$$E_F(0) = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_E}{8\pi} \right)^{2/3},$$

де m – маса електрона; h – стала Планка; n_E – концентрація електронів в металі.

6 Середня кінетична енергія вільних електронів в металі при $T = 0\text{ K}$:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F.$$

7 Середня кінетична енергія електронів класичного “електронного газу”:

$$\langle E_{кл} \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

де k – стала Больцмана; T – абсолютна температура.

3 Основні електрофізичні параметри напівпровідників

1 Питома електропровідність напівпровідника

$$\gamma = e(n_n \mu_n + n_p \mu_p),$$

де n_n та n_p – концентрації електронів та дірок, μ_n та μ_p – їхня рухливість.

2 Власна концентрація носіїв заряду

$$n_i = 4.9 \cdot 10^{15} \left(\frac{m_n^* \cdot m_p^*}{m_0^2} \right)^{3/4} \cdot T^{3/2} \cdot e^{-\frac{\Delta E}{2kT}},$$

де ΔE – ширина забороненої зони; m_p^* – ефективна маса дірок; m_n^* – ефективна маса електронів; m_0 – маса електрона; k – стала Больцмана; T – абсолютна температура.

3 Залежність питомої електропровідності власного напівпровідника від температури виражається формулою

$$\gamma = C e^{\frac{-\Delta E}{2kT}},$$

де C – коефіцієнт, що залежить від природи напівпровідника і мало залежить від температури.

4 Енергія Фермі у власному невиродженому напівпровіднику

$$E_F = \frac{-\Delta E}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

5 Для примісного напівпровідника n – типу при $T = 0$ К рівень Фермі визначається з виразу

$$E_F = \frac{-\Delta E_d}{2},$$

де ΔE_d – енергія іонізації донора. (За нульовий рівень енергії приймаємо дно зони провідності E_C .)

б Для примісного напівпровідника p -типу при $T = 0$ К рівень Фермі

$$E_F = \frac{\Delta E_a}{2},$$

де ΔE_a – енергія іонізації акцептора. (За нульовий рівень енергії приймаємо потолок валентної зони E_V .)

Приклади розв'язування задач

Приклад 1. Платина має гранецентровану кубічну гратку. Накреслити аксонометричну проекцію елементарної комірки. Визначити: 1) число атомів N , що припадають на одну елементарну комірку; 2) параметр решітки a ; 3) об'єм елементарної комірки V_K ; 4) концентрацію атомів в решітці кристала n . Щільність платини враховувати дорівнюваною $D = 21,45 \cdot 10^3$ кг/м³.

Дано: $M = 195,09$ кг/кмоль; $D = 21,45 \cdot 10^3$ кг/м³.

Визначити: 1) N ; 2) a ; 3) V_K ; 4) n .

Розв'язок. 1 Виокремимо елементарну комірку в кубічній гратці платини і підрахуємо число атомів, що припадають на одну елементарну комірку. В цій комірці є вузли двох типів: вузли типу А (розташовані в вершинах куба) і вузли типу В (розташовані на гранях куба в точках перетину діагоналей). Вузол А належить одночасно восьми елементарним коміркам. Отже, в нашу комірку вузол А входить з часткою $1/8$. Вузол В входить в одночас тільки в дві комірки і, отже, в дану комірку вузол В входить з часткою $1/2$.

Якщо врахувати, що число вузлів типу А в комірці дорівнює восьми, а число вузлів типу В дорівнює шести, тобто числу граней, то загальне число

вузлів, що припадають на одну елементарну комірку в гранецентрованій гратці дорівнюватиме:

$$N = \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 4. \quad (1)$$

Оскільки число вузлів дорівнює числу атомів, то в структурі, що розглядається, на елементарну комірку припадає чотири атоми:

$$N = 4. \quad (2)$$

2 Визначимо параметр a кубічної решітки кристала Pt. Параметр a кубічної гратки зв'язаний з об'ємом атома елементарної комірки: $V_K = a^3$. З другого боку, об'єм елементарної комірки дорівнює відношенню молярного об'єму до числа елементарних комірок Z_m в одному молі кристала:

$$V_K = \frac{V_m}{Z_m}. \quad (3)$$

Порівнюючи праві частини наведених виразів для V_K , знайдемо

$$a^3 = \frac{V_m}{Z_m}. \quad (4)$$

Молярний об'єм платини $V_m = \frac{M}{D}$, де D – густина платини, M – її молярна маса. Число елементарних комірок в одному молі $Z_m = \frac{N_A}{N}$. Підставляючи в формулу (4) замість V_m та Z_m відомі співвідношення, дістаємо

$$a^3 = \frac{NM}{DN_A}, \quad (5)$$

звідки

$$a = \sqrt[3]{\frac{NM}{DN_A}}. \quad (6)$$

Перевіримо, чи дає права частина одиницю довжини (м) :

$$[a] = \left\{ \frac{([N] \cdot [M])}{[D] \cdot [N_A]} \right\}^{\frac{1}{3}} = \left\{ \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^3 \cdot 1 \text{ моль}}{1 \text{ моль} \cdot 1 \text{ кг}} \right\}^{\frac{1}{3}} = 1 \text{ м}.$$

Виконаємо обчислення, підставивши числові значення величин:

$$a = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 195,09}{21,45 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{26}}} = 3,92 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,392 \text{ нм}.$$

3 Обчислимо об'єм елементарної кубічної комірки кристала платини $V_K = a^3$, підставляючи дістані значення для a :

$$V_K = (3,92 \cdot 10^{-10})^3 = 6,02 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3.$$

4. Обчислимо концентрацію атомів в ґратці кристала $n = \frac{N}{V_K}$, використовуючи знайдені значення для N та V_K :

$$n = \frac{4}{6,02 \cdot 10^{-29}} = 6,6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Таким чином, для кристала платини дістано такі результати:

1) $N = 4$; 2) $a = 0,392 \text{ нм}$; 3) $V_K = 6,02 \cdot 10^{-29} \text{ м}^3$ та 4) $n = 6,6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$.

Приклад 2. Параметр примітивної кубічної ґратки металу дорівнює a . Накреслити аксонометричну проекцію елементарної комірки. Визначити:

- 1) радіус атома R_a металу;
- 2) коефіцієнт упаковки $K_{уп}$ даної кристалічної ґратки; 3) координаційне число Z .

Дано: a – параметр кубічної решітки металу.

Визначити: 1) R_a ; 2) $K_{уп}$; 3) Z .

Розв'язок. Накреслимо аксонометричну проекцію примітивної кубічної елементарної комірки.

1 Визначимо радіус атому R_a металу, що має примітивну кубічну елементарну комірку. За радіус атому металу приймають *половину квадратичної відстані* по між вузлами елементарної комірки. Отже, для примітивної ґратки радіус атому дорівнює

$$R_a = \frac{a}{2}. \quad (1)$$

Зауваження. Якщо ґратка об'ємоцентрована, то R_a дорівнює $\frac{1}{4}$ тілесної діагоналі; якщо ґратка гранецентрована, то R_a дорівнює $\frac{1}{4}$ діагоналі грані.

2 Підрахуємо коефіцієнт упаковки K_{VII} для даної ґратки. Цей коефіцієнт визначає щільність упаковки атомів в ґратці і вказує відносну частку об'єму елементарної комірки зайнятого атомами. Отже ,

$$K_{VII} = \frac{V_A N}{V_K} = \frac{4\pi R_a^3 N}{3a^3}, \quad (2)$$

де $V_A = \frac{4}{3}\pi R_a^3$ – об'єм атома; N – число атомів в комірці; $V_K = a^3$ – об'єм елементарної кубічної комірки.

Враховуючи, що для примітивної ґратки $N = (1/8) \cdot 8 = 1$ (див. приклад 1, п. 1),

$R_a = \frac{a}{2}$, співвідношення (2) набере вигляду

$$K_{VII} = \frac{4\pi R_a^3}{3(2R_a)^3} = \frac{\pi}{6} = 0,52. \quad (3)$$

Коефіцієнт упаковки завжди менше за одиницю.

3 Визначимо координаційне число Z для розглядуваної ґратки, тобто число найближчих сусідів кожного атому. Для примітивної решітки $Z=6$.

Таким чином, для примітивної кубічної ґратки металу:

1) $R_a = \frac{a}{2}$; 2) $K_{VII} = 0,52$; 3) $Z=6$.

Приклад 3. Питома електропровідність платини $\gamma = 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, температурний коефіцієнт опору $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$. Вважаючи, що концентрація вільних електронів в платині (див. приклад 3, п. 2) $n_e = 2,64 \cdot 10^{29} \cdot \text{м}^{-3}$ ($n_e = n_0 \cdot n$, де n – концентрація атомів у кристалі, n_0 – число валентних електронів в атомі) визначити:

1) середню дрейфову швидкість електронів $\langle V_d \rangle$ при напруженості електричного поля $E = 100 \text{ В/м}$; 2) рухомість електронів U_n ; 3) у скільки разів зміниться питома електропровідність платини при нагріванні її від 20 до 40°C ?

Дано: Pt ; $\gamma = 10^7 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$, $n_e = 2,64 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$, $E = 100 \text{ В/м}$;
 $t_1 = 20^\circ \text{C}$; $t_2 = 40^\circ \text{C}$.

Визначити: 1) $\langle V_d \rangle$; 2) U_n ; 3) співвідношення γ_1/γ_2 .

Розв'язок. Якщо концентрація електронів провідності n_e і під дією зовнішнього електричного поля вони набувають середню дрейфову швидкість $\langle V_d \rangle$, то щільність електричного струму в кристалі визначається виразом

$$j = en_e \langle V_d \rangle, \quad (1)$$

де e – заряд електрона.

З іншого боку, виходячи із закону Ома в диференційній формі

$$j = \gamma E, \quad (2)$$

де γ – питома електропровідність; E – напруженість електричного поля.

Підставляючи (2) в (1), дістаємо

$$\langle V_d \rangle = \frac{\gamma E}{en_e}. \quad (3)$$

Перевіримо, чи дає формула (3) одиницю швидкості (м/с):

$$\left[\langle V_d \rangle \right] = \frac{[\gamma] \cdot [E]}{[e] \cdot [n_e]} = \frac{1 \text{ В} \cdot 1 \text{ м}^3}{1 \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot 1 \text{ Кл}} = \frac{1 \text{ А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{м}}{1 \text{ Ом} \cdot 1 \text{ А} \cdot \text{с}} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Обчислимо:

$$\langle V_d \rangle = \frac{10^7 \cdot 10^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,64 \cdot 10^{29}} = 2,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Розрахуємо рухомість електронів. Зі співвідношення (2) з урахуванням (1) дістаємо

$$\gamma = en_e \frac{\langle V_d \rangle}{E} = en_e U_n, \quad (4)$$

де величина

$$U_n = \frac{\langle V_d \rangle}{E} \quad (5)$$

називається рухомістю електронів.

Рухомість електронів чисельно дорівнює середній дрейфовій швидкості, котру отримують електрони під дією зовнішнього електричного поля одиничної напруженості.

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю рухомості ($\text{м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$):

$$[u_n] = \frac{[\langle V_d \rangle]}{E} = \frac{1 \text{ м} \cdot \text{м}}{\text{с} \cdot 1 \text{ В}} = 1 \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

Виконаємо обчислення:

$$u_n = \frac{2,4 \cdot 10^{-2}}{10^2} = 2,4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{В} \cdot \text{с}}.$$

Для металів залежність питомого опору від температури подати у вигляді

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t), \quad (6)$$

де ρ_0 – питомий опір при 0°C ; ρ – питомий опір при температурі $t^\circ\text{C}$; α – температурний коефіцієнт опору металу.

Згідно зі співвідношенням (6), питомі опори платини при температурах t_1 і t_2 відповідно дорівнюють:

$$\rho_1 = \rho_0(1 + \alpha \cdot t_1);$$

$$\rho_2 = \rho_0(1 + \alpha \cdot t_2).$$

З урахуванням того, що питома електропровідність металу $\gamma = \frac{1}{\rho}$, обчислимо у скільки разів зміниться питома електропровідність платини при нагріванні її від 20 до 40⁰С.

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \alpha \cdot t_2}{1 + \alpha \cdot t_1} = \frac{1 + 3,9 \cdot 10^{-3} \cdot 40}{1 + 3,9 \cdot 10^{-3} \cdot 20} = 1,072.$$

Розрахунки показують, що зі зростанням температури електропровідність металу зменшується, що відповідає теорії.

Приклад 4. Концентрація вільних електронів в платині $n_e = 2,64 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$.

- 1) Визначити енергію Фермі E_F та середню кінетичну енергію вільних електронів в металі при $T = 0 \text{ К}$;
- 2) До якої температури потрібно було б нагріти класичний “електронний газ”, щоб середня енергія його електронів $\langle E_{кл} \rangle$ стала дорівнюваною середній енергії $\langle E \rangle$ вільних електронів в металі при $T = 0 \text{ К}$?
- 3) Визначити V_{\max} – максимальну швидкість вільних електронів при $T = 0 \text{ К}$.

Дано: Pt ; $n_e = 2,64 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$

Визначити: 1) E_F ; 2) $\langle E \rangle$; 3) T ; 4) V_{\max} .

Розв’язок. Енергія Фермі – це максимально можливе значення енергії електрона в металі при $T = 0 \text{ К}$.

1 Значення енергії Фермі при $T = 0 \text{ К}$ визначається з виразу

$$E_F(0) = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_e}{8\pi} \right)^{2/3}, \quad (1)$$

де m – маса електрона ; n_e – концентрація вільних електронів, h – стала Планка.

Знайдемо числове значення енергії Фермі для платини при $T = 0$ К:

$$E_F(0) = \frac{(6,64 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{3 \cdot 2,64 \cdot 10^{29}}{8 \cdot 3,14} \right)^{2/3} = 2,5 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \approx 15,6 \text{ еВ.}$$

2 Розрахуємо середню енергію вільних електронів при $T = 0$ К, котра пов'язана з енергією Фермі співвідношенням:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} E_F,$$

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5} \cdot 15,6 = 9,36 \text{ еВ} \approx 1,5 \cdot 10^{-18}. \quad (2)$$

3 Згідно з класичною теорією металів, електрони провідності в металі, створюючи так званий “електронний газ”, поведуться подібно до молекул ідеального газу. Середня кінетична енергія електронів “електронного газу” дорівнює

$$\langle E_{кл} \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (3)$$

де k – стала Больцмана; T – абсолютна температура.

Визначимо температуру, при котрій середня енергія електронів “електронного газу” $\langle E_{кл} \rangle$ буде дорівнюватиме середній енергії $\langle E \rangle$ вільних електронів в металі при $T = 0$ К, тобто:

$$\langle E_{кл} \rangle = \langle E \rangle. \quad (4)$$

Зі співвідношень (3) та (4) випливає вираз для температури:

$$T = \frac{2}{3} \cdot \frac{\langle E \rangle}{k}. \quad (5)$$

Перевіримо, чи дає формула (5) одиницю температури (К):

$$[T] = \frac{[\langle E \rangle]}{[k]} = (1 \text{ Дж} \cdot \text{К}) / 1 \text{ Дж} = 1 \text{ К}.$$

Знайдемо числове значення температури:

$$T = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-18}}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} = 72,5 \cdot 10^3 \text{ К}.$$

4 Максимальне значення енергії електрона в металі при $T = 0 \text{ К}$ дорівнює енергії Фермі. Тому максимальну швидкість вільних електронів в металі знайдемо зі співвідношення

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = E_F, \quad (6)$$

звідки дістанемо

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}. \quad (7)$$

Перевіримо, чи дає формула (7) одиниці швидкості (м/с):

$$[v_{\max}] = \frac{[E_F]^{1/2}}{[m]^{1/2}} = \text{Дж}^{1/2} / \text{кг}^{1/2} = \left\{ \frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot 1 \text{ кг}} \right\}^{1/2} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Виконаємо обчислення:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-18}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 2,34 \cdot 10^6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Приклад 5. Для власного напівпровідника *GaP*: 1) визначити положення рівня Фермі при абсолютному нулі і при температурі $T = 300 \text{ К}$; 2) обчислити, у скільки разів зміниться питома електропровідність при нагріванні його від 20 до 40°C . Ефективні маси електронів m_n^* та дірок m_p^* (в частках маси електрона) дорівнюють відповідно $0,13$ та $0,8$. Ширина забороненої зони при $T = 0 \text{ К}$ $\Delta E_0 = 2,4 \text{ eV}$. Ширину забороненої зони в інтервалі температур від 20 до 40°C вважати дорівнюваною $\Delta E_T = 2,25 \text{ eV}$.

Дано: GaP ; $\frac{m_n^*}{m_0} = 0,13$; $\frac{m_p^*}{m_0} = 0,8$; $\Delta E_0 = 2,4 \text{ eV}$; $\Delta E_T = 2,25 \text{ eV}$; $T = 300 \text{ K}$;

$$T_1 = 293 \text{ K}; T_2 = 313 \text{ K} .$$

Визначити: 1) $E_F(0)$ та $E_F(T)$; 2) обчислити γ_2/γ_1 .

Розв'язок. В напівпровідниковому кристалі без домішок при $T = 0 \text{ K}$ електрони заповнюють всі енергетичні рівні валентної зони (по два електрони на кожному), а рівні зони провідності вільні. Ці зони розділені забороненою зоною.

Носії електричного заряду (електрони в зоні провідності й дірки в валентній зоні), котрі утворюються завдяки переходу електронів з валентної зони до зони провідності напівпровідника при підвищенні температури під дією інших факторів, називаються власною провідністю, а сам напівпровідник – власним напівпровідником.

1 Якщо за нульовий рівень відрахунку енергії електронів прийняти дно зони провідності E_C , то положення рівня Фермі у власному напівпровіднику виражається співвідношенням

$$E_F(T) = -\frac{\Delta E}{2} + \frac{3}{4}kT \ln\left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right), \quad (1)$$

де T – абсолютна температура; ΔE – ширина забороненої зони при $T \text{ K}$; $k = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ – стала Больцмана m_n^* – ефективна маса електронів; m_p^* – ефективна маса дірок.

Обчислимо енергію Фермі при $T = 0 \text{ K}$, враховуючи, що при $T = 0 \text{ K}$ ширина забороненої зони $\Delta E_0 = 2,4 \text{ eV}$:

$$E_F(0) = -\frac{\Delta E_0}{2} = -\frac{2,4}{2} = -1,2 \text{ eV}. \quad (2)$$

Зі співвідношення (2) видно, що рівень Фермі у власному напівпровіднику при $T = 0$ К міститься саме по середині забороненої зони.

2 Користуючись співвідношенням (1), обчислимо енергію Фермі при $T = 300$ К, враховуючи, що при даній температурі ширина забороненої зони $\Delta E_T = 2,25 \text{ eV}$:

$$E_F(T) = -\frac{2,25}{2} + \frac{3}{4} \cdot 8,62 \cdot 10^{-5} \cdot 300 \cdot \ln \frac{0,8}{0,13} = -1,09 \text{ eV}$$

В даному випадку з підвищенням температури рівень Фермі змінюється до дна зони провідності. Темп та напрямок зміни $E_F(T)$ визначається співвідношенням m_p^*/m_n^* .

3 Питома електропровідність власного напівпровідника в залежності від температури змінюється за законом

$$\gamma = C e^{\frac{-\Delta E}{2kT}}, \quad (3)$$

де C – коефіцієнт, котрий у загальному випадку залежить від природи напівпровідника і дуже мало залежить від температури; ΔE – ширина забороненої зони при температурі T . Визначимо, як змінюється питома електропровідність при нагріванні напівпровідника від 293 до 313 К, враховуючи, що в даному інтервалі температур ширина забороненої зони $\Delta E_T = 2,25 \text{ eV}$.

Запишемо вираз (3) для температур T_1 та T_2 :

$$\gamma_1 = C e^{\frac{-\Delta E}{2kT_1}}, \quad (4)$$

$$\gamma_2 = C e^{\frac{-\Delta E}{2kT_2}}. \quad (5)$$

Розділимо (5) на (4), дістанемо:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \exp \left[\frac{\Delta E_T}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right] = \exp \left[\frac{\Delta E_T}{2k} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_1 \cdot T_2} \right) \right]. \quad (6)$$

Обчислимо

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \exp \left[\frac{2,25}{2 \cdot 8,62 \cdot 10^{-5}} \left(\frac{313 - 293}{313 \cdot 293} \right) \right] = \exp (2,834) = 17.$$

Розрахунки показують, що зі збільшенням температури електропровідність напівпровідника зростає, що знаходиться у відповідності з теорією.

Зміст комплексного завдання

Комплексне завдання складається з п'яти частин-задач. Обов'язковий мінімум завдань в кожній задачі визначає лектор, що веде курс лекцій фізики на потоці.

Задача 1. Визначте такі основні параметри кристалічної ґратки металу заданої моделі. Метал та тип його ґратки вказані в 2-й та 3-й колонках таблиці 1 (по варіантах).

- 1 Накреслити аксонометричну проекцію елементарної комірки.
- 2 Підрахувати число атомів N в комірці.
- 3 Обчислити за даними значеннями молярної маси M і густини D металу, наведених в 4-й та 5-й колонках таблиці 1, параметр a елементарної комірки.
- 4 Визначити об'єм елементарної комірки V_K .
- 5 Обчислити концентрацію n атомів в ґратці кристала.
- 6 Визначити радіус атома металу R_A .
- 7 Визнач коефіцієнт упаковки $K_{уп}$ даної кристалічної ґратки.
- 8 Визначити координаційне число Z .

Задача 2. Виконати наступні розрахунки для металу, вказаного в таблиці 1 (за варіантами).

- 1 За концентрацією вільних електронів, знайденою в задачі 1, та питомій електропровідності металу γ (таблиця 1) визначити рухомість електронів та їхню середню дрейфову швидкість $\langle V_d \rangle$ при напруженості електричного поля 100 В/м.
- 2 Знаючи температурний коефіцієнт опору металу α (табл. 1), визначити, у скільки разів зміниться його питома електропровідність при нагріванні від 20 до 40⁰ С .
- 3 Визначити енергію Фермі й середню кінетичну енергію вільних електронів в металі при $T = 0$ К.
- 4 До якої температури потрібно було б нагріти класичний “електронний газ”, щоб середня енергія його електронів виявилась дорівнюваною середній енергії вільних електронів в металі при $T = 0$ К .
- 5 Визначити максимальну та середню квадратичну швидкості вільних електронів в металі при $T = 0$ К й порівняти їх з середньою дрейфовою швидкістю, знайденою в п. 1 (оцінити порядок $\langle V_d \rangle / V_{\max}$ та $\langle V_d \rangle / \langle V_{KB} \rangle$).

Задача 3. Для власного напівпровідника, вказаного в таблиці 2 :

- 1 Знайти положення рівня Фермі при абсолютному нулі (ширина забороненої зони ΔE_0) і при температурі T (ширина забороненої зони ΔE_T). Накреслити відповідні схеми енергетичних зон при вказаних температурах.
- 2 Визначити, у скільки разів зміниться питома електропровідність напівпровідника при нагріванні від 20 до 40⁰ С. Ширину забороненої зони в цьому інтервалі температур вважати дорівнюваною ΔE_T (табл. 2).

Задача 4. Для розглядуваного напівпровідника (табл. 2) ефект Холла не спостерігається. Яка частка струму у зразку переноситься електронами, якщо задані значення рухомості електронів та дірок ?

Задача 5. Визначити питомий опір власного напівпровідника при температурі та значеннях рухомості електронів та дірок, наведених в таблиці 2.

Таблиця 1

Вар.	Метал	Тип решітки	$M \cdot 10^{-3}$, кг/моль	$D \cdot 10^3$, кг/м ³	n_0	$\gamma \cdot 10^7$, 1/(Ом·м)	$\alpha \cdot 10^{-3}$, 1/град
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Al	ГЦК	27,00	2,700	3	2,60	4,2
2	Li	ОЦК	6,94	0,534	1	1,20	4,4
3	Na	ОЦК	23,00	1,010	1	1,80	5,0
4	K	ОЦК	39,10	0,870	1	1,60	5,8
5	Cu	ГЦК	63,50	8,930	1	4,40	4,3
6	Rb	ОЦК	85,50	1,530	1	0,86	5,3
7	Ag	ГЦК	108,00	10,500	1	4,80	4,0
8	Cs	ОЦК	133,00	1,870	1	0,53	4,8
9	Au	ГЦК	197,00	19,300	1	3,50	4,5
10	Ca	ГЦК	40,10	1,550	2	2,40	4,6
11	Ba	ОЦК	137,34	3,590	2	0,28	6,1
12	Al	ГЦК	27,00	2,700	3	3,70	4,2
13	W	ОЦК	183,90	19,30	1	1,82	4,6
14	Fe	ОЦК	55,85	7,870	3	1,15	6,6
15	Mo	ОЦК	95,94	10,200	1	1,99	4,7
16	Nb	ОЦК	92,91	8,580	3	0,76	4,0
17	V	ОЦК	50,94	5,960	1	0,38	2,8
18	Ni	ГЦК	58,71	8,910	1	0,97	4,3
19	Cr	ОЦК	52,01	7,190	1	0,53	5,9
20	Ta	ОЦК	180,95	16,600	1	0,81	3,6
21	Pb	ГЦК	207,19	11,340	2	0,49	3,4
22	Pd	ГЦК	106,70	12,160	1	1,10	3,8
23	Ag	ГЦК	108,00	10,500	1	5,70	4,0
24	Li	ОЦК	6,94	0,534	1	0,93	4,4
25	Na	ОЦК	23,00	1,010	1	2,30	5,0
26	K	ОЦК	39,10	0,870	1	1,40	5,8
27	Cs	ОЦК	133,00	1,870	1	0,48	4,8
28	Ca	ГЦК	40,10	1,550	2	2,80	4,6
29	Rb	ОЦК	85,50	1,530	1	0,75	5,3

30	Cu	ГЦК	63,50	8,930	1	6,00	4,2
----	----	-----	-------	-------	---	------	-----

Таблиця 2

Вар.	Напівпр	ΔE_0 , еВ	T, К	ΔE_T , еВ	$\frac{m_n^*}{m_0}$	$\frac{m_p^*}{m_0}$	μ_n , м ² /(В·с)	μ_p , м ² /(В·с)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Si	1,16	400	1,1	1,08	0,59	0,135	0,048
2	Ge	0,74	350	0,67	0,57	0,37	0,39	0,19
3	InAs	0,43	320	0,36	0,028	0,33	3	0,024
4	Te	0,33	300	0,32	0,13	0,4	0,11	0
5	GaAs	1,52	300	1,43	0,07	0,5	0,86	0,04
6	InSb	0,236	350	0,17	0,013	0,2	7,6	0,5
7	InP	1,42	300	1,28	0,07	0,4	0,4	0,065
8	GaSb	0,8	300	0,7	0,045	0,39	0,4	0,065
9	ZnSe	2,81	300	2,67	0,17	0,6	0,053	0,0028
10	AlSb	1,6	400	1,5	0,09	0,4	0,005	0,04
11	Ge	0,74	300	0,67	0,57	0,37	0,39	0,19
12	Te	0,33	320	0,32	0,13	0,4	0,11	0
13	Si	1,16	350	1,1	1,08	0,59	0,135	0,048
14	InAs	0,43	300	0,36	0,028	0,33	3	0,024
15	GaSb	0,8	320	0,7	0,045	0,39	0,4	0,065
16	InP	1,42	350	1,28	0,07	0,4	0,4	0,065
17	AlSb	1,6	380	1,5	0,09	0,4	0,005	0,04
18	GaAs	1,52	320	1,43	0,07	0,5	0,86	0,04
19	ZnSe	2,81	300	2,67	0,17	0,6	0,053	0,0028
20	InSb	0,236	320	0,17	0,013	0,2	7,6	0,5
21	Ge	0,74	330	0,67	0,57	0,37	0,39	0,19
22	InAs	0,43	350	0,36	0,028	0,33	3	0,024
23	GaSb	0,8	360	0,7	0,045	0,39	0,4	0,065
24	Te	0,33	340	0,32	0,13	0,4	0,11	0
25	InSb	0,236	300	0,17	0,013	0,2	7,6	0,5
26	GaAs	1,52	350	1,43	0,07	0,5	0,86	0,04
27	ZnSe	2,81	350	2,67	0,17	0,6	0,053	0,0028
28	InP	1,42	320	1,28	0,07	0,4	0,4	0,065
29	Si	1,16	380	1,1	1,08	0,59	0,135	0,048
30	AlSb	1,6	350	1,5	0,09	0,4	0,005	0,04

ЗМІСТ

Методичні вказівки до виконання комплексного завдання.....	3
Робоча програма.....	5
Список літератури.....	6
Мета комплексне завдання.....	7
Контрольні запитання.....	7
Основні формули.....	8
Приклади розв'язування задач.....	12
Зміст комплексного завдання.....	23

