

5. Перехідні процеси в лінійних електричних колах

5.1. Причини виникнення перехідних процесів в електричних колах

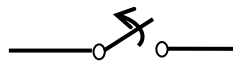
Будь-яке електричне коло, що містить реактивні елементи, може перебувати в одному з двох варіантів стану - стаціонарному (усталеному) або нестаціонарному (перехідному). Відповідно до цього називають режими в електричних колах, а також процеси в них, а саме - стаціонарний, або усталений, режим і перехідний режим; стаціонарні процеси та перехідні процеси. Електричне коло знаходиться в стаціонарному стані, якщо струми і напруги в ньому не змінюються в часі (режим постійного струму, кола постійного струму) або є гармонічними функціями часу (режим гармонічного струму, кола гармонічного струму). Окремим випадком стаціонарного стану є стан спокою, коли струми і напруги в колі відсутні, тобто дорівнюють нулю.

До цих пір мова йшла саме про стаціонарні процеси, або про кола, що перебувають в усталеному режимі.

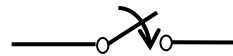
Перехідні процеси виникають в електричних колах, які містять реактивні елементи, при переході їх з одного стаціонарного стану в інший. Цей перехід пов'язаний зі зміною запасів енергії в колі, або в елементах, які входять до його складу.

До поширених причин виникнення перехідних процесів (їх умовно називають комутаціями) відносяться: підключення або відключення джерел живлення, поява або зникнення на вході кола зовнішніх впливів (сигналів), зміни параметрів елементів кола та інші.

На схемах комутації умовно позначають у вигляді ключа наступним чином:



Розмикання



Замикання.

Вважають, що комутації відбуваються в момент $t = 0$ миттєво, тобто тривалість комутацій $t_k = 0$.

Моменти часу до і після комутації, які безпосередньо до неї примикають, позначають відповідно $t(0_-)$ і $t(0_+)$.

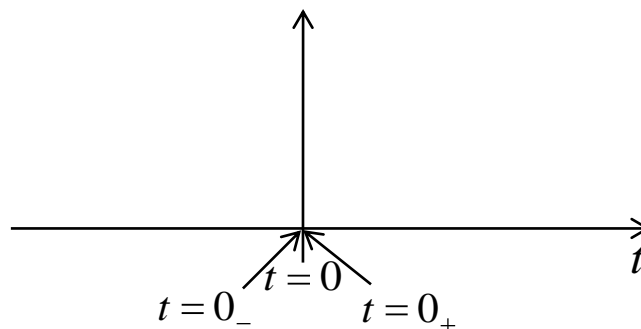


Рис. 5.1

Виникнення перехідних процесів пов'язано з тим, що енергія електричного поля конденсатора і енергія магнітного поля котушки індуктивності не можуть змінюватися миттєво, скоком. Дійсно, це було б можливим при нескінченно великій потужності джерела

(навантаження), що є нереальним. (Згадаймо: $P = \frac{dW}{dt}$; якщо $dt \rightarrow 0$, то $P \rightarrow \infty$).

Отже,

$$W_L(0_-) = W_L(0_+) \quad (5.1)$$

$$W_C(0_-) = W_C(0_+) \quad (5.2)$$

Твердження про неможливість миттєвих змін енергії, що запасається в реактивних елементах електричного кола, справедливе в межах класичної теорії електрики. У квантовій теорії цей факт - реальний.

Перехідний режим в електричному колі свідчить про те, що перехід його з одного усталеного стану в інший відбувається не миттєво, а протягом певного часу.

В резистивних електричних колах, накопичення енергії в яких не відбувається, перехідні процеси не виникають, тобто перехід резистивних електричних кіл з одного стаціонарного стану в інший відбувається миттєво.

Перехідні процеси, з одного боку, негативно впливають на характеристики і параметри пристроїв і систем, з іншого - можуть бути використані з певною метою. У зв'язку з цим аналізу перехідних процесів в електричних колах приділяють значну увагу.

Аналіз перехідних процесів полягає в розрахунку і дослідженні струмів і напруг, які діють в електричному колі, на відрізок часу від моменту комутації до нескінченності, тобто до набуття електричним колом усталеного режиму. Він передбачає використання певних положень, понять, термінів, прийомів.

Звернемо увагу на основні з них.

5.2. Закони комутації, початкові умови

Неможливість миттєвих змін запасу енергії в колі обумовлена принципом безперервності в часі потокозчеплення індуктивності $\psi = Li$ і заряду ємності $q = Cu$ і лежить в основі законів комутації.

По суті рівності (5.1), (5.2) являють собою закони комутації. Проте їх формують, як правило, в іншому вигляді.

Згадаймо, що для лінійних енергоємних елементів справедливі співвідношення: для індуктивності, як спрощеної моделі котушки індуктивності

$$W_L(t) = \frac{Li^2(t)}{2} \quad (5.3)$$

для ємності, як спрощеної моделі конденсатора

$$W_C(t) = \frac{Cu^2(t)}{2} \quad (5.4)$$

Враховуючи (5.1), (5.2) і допускаючи, що $L = \text{const}$, $C = \text{const}$, отримаємо загальноприйнятий запис законів комутації:

1-й закон. У початковий момент після комутації струм в індуктивності $i_L(0_+)$ зберігає напрямок і значення, які мали місце безпосередньо перед комутацією $i_L(0_-)$, а далі плавно змінюється, починаючи з цього значення, тобто:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) \quad (5.5)$$

2-й закон. У початковий момент після комутації напруга на ємності $u_C(0_+)$ зберігає полярність і значення, які мали місце безпосередньо перед комутацією $u_C(0_-)$, а далі плавно змінюється, починаючи з цього значення, тобто:

$$u_C(0_+) = u_C(0_-). \quad (5.6)$$

Отже, струм в індуктивності і напруга на ємності в момент комутації не змінюються. У той же час, миттєво можуть змінюватися струм в опорі і ємності, а також напруга в опорі і індуктивності.

До речі, дієвість законів комутації може бути доведена по іншому, а саме - на підставі законів Кірхгофа.

І, нарешті, ще одне зауваження - в ряді практичних схем при їх макроскопічному дослідженні перехідні процеси протікають з формальними ознаками порушень законів комутації. Ці специфічні деталі ми не розглядаємо.

Початковими умовами називають значення струмів і напруг на елементах і ділянках кола в момент комутації, тобто при $t = 0$.

Розрізняють незалежні початкові умови - струм в індуктивності $i_L(0)$ і напруга на ємності $u_C(0)$ - і залежні початкові умови - решта струмів і напруг.

Крім того, виділяють нульові початкові умови і ненульові початкові умови.

Нульові та ненульові початкові умови визначають відносно незалежних початкових умов, тобто:

- початкові умови **нульові**, якщо $i_L(0) = 0$; $u_C(0) = 0$;
- початкові умови **ненульові**, якщо $i_L(0) \neq 0$; $u_C(0) \neq 0$.

При нульових початкових умовах індуктивність в момент комутації еквівалентна розриву в колі, а ємність - короткому замиканню.

Якщо початкові умови ненульові, індуктивність в момент комутації еквівалентна джерелу струму, при чому $j = i_L(0)$, а ємність - джерелу ЕРС $e = u_C(0)$.

Зауважимо, ми не розглядаємо випадки, коли комутації в електричних колах супроводжуються виникненням іскри або електричної дуги.

5.3. Класичний метод аналізу перехідних процесів

Важливе місце в теорії електричних кіл займають дослідження проходження через кола електричних сигналів. По суті, це - дослідження специфічного варіанту перехідних процесів, що виникають під впливом діючого на вході кола сигналу. Надалі ми розглянемо проходження через електричні кола сигналів окремо.

Перехідні процеси в електричних колах, в тому числі проходження через них сигналів, як варіанту перехідних процесів, можна аналізувати декількома методами, зокрема:

- часовими, до яких відноситься класичний метод, а також метод інтегралу Дюамеля;
- спектральним, або частотним;
- операторним.

Методи мають переваги і недоліки, вибирають їх залежно від характеру задачі та деяких специфічних міркувань. Ми їх розглянемо послідовно.

У загальному випадку процеси в лінійному електричному колі описуються лінійним диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами виду

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = f(t), \quad (5.7)$$

де: $x(t)$ - часова функція, яка визначає невідому, шукану величину;

$f(t)$ - функція, яка визначає зовнішню дію;

a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 - постійні коефіцієнти, які залежать від параметрів елементів кола;

n - порядок рівняння, відповідний порядку електричного кола, який визначається загальною кількістю не скомпенсованих реактивних елементів в складі кола.

Рівняння наведеного вище виду отримують після перетворення рівнянь Кірхгофа (систем рівнянь для розгалужених кіл) з урахуванням відомих співвідношень, що встановлюють зв'язок між напругою і струмом в реактивних елементах

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}; \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt; \quad (5.8)$$

$$i_C(t) = C \frac{du_C(t)}{dt}; \quad u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt. \quad (5.9)$$

Класичний метод аналізу перехідних процесів базується на інтегруванні диференціальних рівнянь, які описують процеси в колі. Його сутність полягає в тому, що після складання диференціального рівняння післякомутаційного кола його рішення, яке задовольняє заданим початковим умовам, записують у вигляді суми двох складових:

- часткового рішення неоднорідного рівняння - примушеної складової X_{np} ;
- загального рішення однорідного рівняння - вільної складової X_B .

Отже,

$$x(t) = x_{np} + x_B. \quad (5.10)$$

При цьому

$$x_B = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (5.11)$$

де A_k - постійна інтегрування;

p_k - корені характеристичного рівняння, яке відповідає рівнянню післякомутаційного кола;

n - порядок рівняння (порядок кола).

Постійні інтегрування визначають з урахуванням початкових умов для шуканої функції та її похідних.

Примушена складова відповідає примушеному усталеному режиму, тобто режиму, зумовленому зовнішньою дією.

Вільна складових перехідного процесу обумовлена запасеною в реактивних елементах кола енергією и визначає поведінку кола за відсутності зовнішніх джерел.

Зформулюємо порядок розрахунку перехідних процесів класичним методом.

1. Відповідно до законів Кірхгофа скласти диференціальне рівняння послекомутаційного кола відносно обраної змінної. Доцільно для забезпечення певних зручностей в розрахунках в якості змінних вибирати величини, підпорядковані законам комутації.

2. Перейти від неоднорідного диференціального рівняння до однорідного, скласти відповідне йому характеристичне рівняння і знайти його корені.

3. Знайти примушену складову перехідного процесу, для чого розрахувати усталений по закінченні перехідного процесу режим роботи кола.

4. Розрахувати значення шуканої змінної в усталеному до комутації режимі і за допомогою законів комутації визначити початкові умови.

5. Невідому функцію записати в загальному вигляді, як суму складових і, враховуючи початкові умови, знайти постійні інтегрування.

6. Записати остаточний вираз невідомої функції, знайти інші, пов'язані з нею величини, побудувати графіки залежності їх від часу, провести аналіз.

5.4. Аналіз перехідних процесів в колах першого порядку

5.4.1. Процеси в колах першого порядку при підключенні джерела постійної напруги

5.4.1.1. Процеси в послідовному R, C - колі

Розглянемо процеси, які виникають в RC - колі при підключенні до нього джерела постійної ЕРС.

Схема, яка відповідає даному випадку, приведена на рис. 5.2.

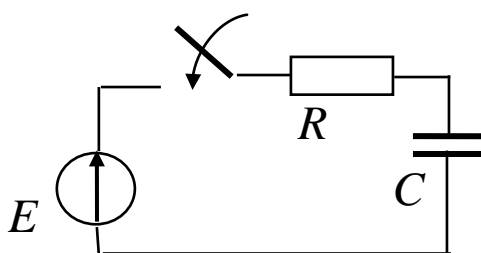


Рис. 5.2

Визначимо часові залежності струму і падіння напруги на елементах кола, тобто $i(t) - ?$, $u_R(t) - ?$, $u_C(t) - ?$

Скористаємося сформульованим вище алгоритмом класичного методу аналізу перехідних процесів.

1. Складання диференціального рівняння післякомутаційного кола.

В якості шуканої величини вибираємо часову залежність напруги на ємності $u_C(t)$.

Згідно з другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = E$$

і далі

$$rC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C = E.$$

2. Визначення коренів характеристичного рівняння

Перетворюючи вихідне диференціальне рівняння в однорідне, складаємо характеристичне рівняння

$$rCp + 1 = 0.$$

Його корінь

$$p = -\frac{1}{rC}.$$

3. Визначення примушеної складової перехідного процесу

Очевидно, що в досліджуваному колі в усталеному по закінченні перехідних процесів режимі струм не протікає, а напруга на ємності дорівнює ЕРС джерела, тобто

$$u_{Cnp} = E.$$

4. Визначення початкових умов

До комутації, тобто до підключення до кола джерела, напруга на ємності відсутня, або дорівнює нулю. Відповідно до закону комутації в момент комутації вона зберігає своє значення, а саме

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = u_C(0) = 0.$$

5. Визначення сталої інтегрування

Запишемо вираз для шуканої функції в загальному вигляді

$$u_C(t) = u_{Cпр} + u_{Cв} = u_{Cпр} + Ae^{pt} = E + Ae^{pt}$$

і для моменту $t = 0$ з урахуванням початкових умов

$$u_C(0) = E + A = 0.$$

З отриманого співвідношення визначимо постійну інтегрування

$$A = -E.$$

6. Запис остаточного виразу для шуканої величини і пов'язаних з нею величин

Враховуючи визначені вище компоненти, запишемо формулу для розрахунку напруги на ємності в остаточному вигляді

$$u_C(t) = E - Ee^{-\frac{t}{rC}} = E(1 - e^{-\frac{t}{rC}}).$$

Співвідношення для розрахунку струму

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = CE \frac{1}{rC} e^{-\frac{t}{rC}} = \frac{E}{r} e^{-\frac{t}{rC}};$$

напруги на опорі

$$u_r(t) = i(t)r = Ee^{-\frac{t}{rC}}.$$

Будуємо графіки отриманих функцій (рис. 5.3,а - $u_C(t)$, $u_R(t)$; рис.5.3,б - $i(t)$)

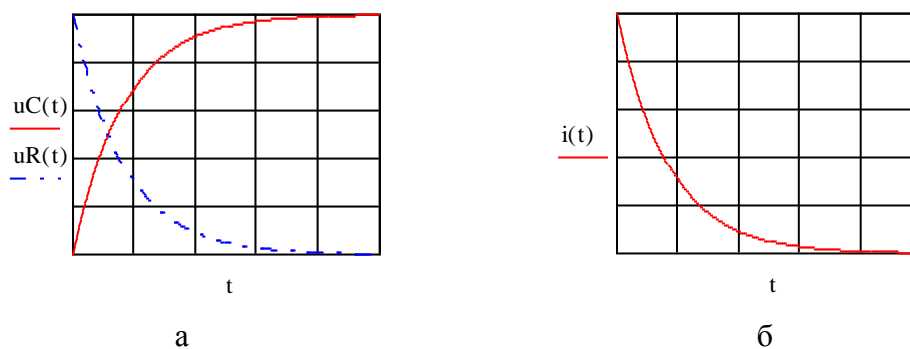


Рис. 5.3

Аналіз отриманих результатів

Відзначимо наступні особливості:

- напруга на ємності протягом перехідних процесів змінюється за експоненціальним законом від нуля до напруги джерела що підключається;

- струм в момент комутації миттєво досягає значення $i(0) = \frac{E}{r}$ (незаряджена ємність

в момент комутації еквівалентна короткому замиканню), а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля;

- напруга на активному опорі повторює часову залежність струму, тобто, в момент комутації миттєво змінюється до напруги джерела (прикладена ззовні напруга повністю виділяється на активному опорі), а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля;

- усі електричні величини (струм, падіння напруги на ємності і активному опорі) в перехідному режимі змінюються за одним і тим же законом і з однаковою швидкістю - коефіцієнт в показнику ступеня експоненціального множника для всіх величин - один і той же.

5.4.1.2. Процеси в послідовному R, L – колі

Розглянемо процеси, які виникають в R, L - колі при підключенні до нього джерела постійної ЕРС.

Схема, яка відповідає даному випадку, наведена на рис.

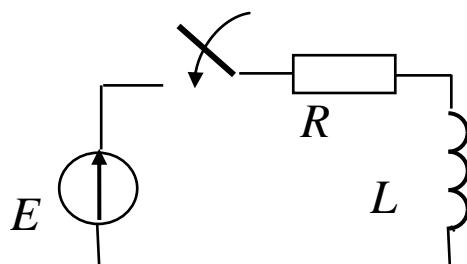


Рис. 5.4

Визначимо часові залежності струму і падінь напруги на елементах кола, тобто $i(t)$ -, $u_R(t)$ -?, $u_L(t)$ -?.

Скористаємося сформульованим вище алгоритмом класичного методу аналізу перехідних процесів.

1.Складання диференціального рівняння післякомутаційного кола.

В якості шуканої величини вибираємо часову залежність струму в індуктивності $i_L(t)$.

Згідно з другим законом Кіірхгофа

$$u_r + u_L = E$$

і далі

$$i_L(t)r + L \frac{di_L(t)}{dt} = E.$$

2.Визначення коренів характеристичного рівняння.

Перетворюючи вихідне диференціальне рівняння в однорідне, складаємо характеристичне рівняння

$$pL + r = 0.$$

його корінь

$$p = -\frac{r}{L}.$$

3. Визначення вимушеної складової перехідного процесу

Очевидно, що після закінчення перехідних процесів струм в розглянутому колі залежить тільки від опору (після закінчення перехідних процесів в колі встановлюється режим постійного струму, індуктивність в таких умовах еквівалентна короткому замиканню) і дорівнює

$$i_{L\text{пр}} = \frac{E}{r}$$

4. Визначення початкових умов

До комутації, тобто, до підключення до кола джерела струм в колі відсутній, або дорівнює нулю. Відповідно до закону комутації в момент комутації він зберігає своє значення, тобто

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = i_L(0) = 0$$

5. Визначення постійної інтегрування

Запишемо вираз для шуканої функції в загальному вигляді

$$i_L(t) = i_{L \text{ пр}} + i_{L \text{ св}} = i_{L \text{ пр}} + Ae^{pt} = \frac{E}{r} + Ae^{pt}$$

і для моменту $t = 0$ з урахуванням початкових умов

$$i_L(0) = \frac{E}{r} + A = 0$$

З отриманого співвідношення визначимо постійну інтегрування

$$A = -\frac{E}{r}$$

6. Запис остаточного виразу для шуканої величини і пов'язаних з нею величин

З огляду на визначені вище компоненти, запишемо остаточну формулу для розрахунку струму в колі

$$i_L(t) = \frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{r} (1 - e^{-\frac{r}{L}t}).$$

Співвідношення для розрахунку напруги на опорі

$$u_r(t) = i(t)r = E(1 - e^{-\frac{r}{L}t});$$

напруги на індуктивності

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = E e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Будуємо графіки отриманих функцій (рис. 5.4,а - $i(t)$; рис.5.4,б - $u_R(t)$; $u_L(t)$)

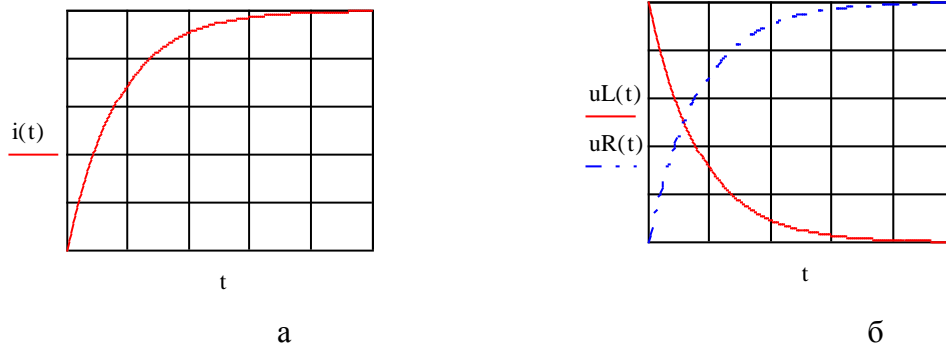


Рис. 5.4

Аналіз отриманих результатів

Відзначимо наступні особливості:

- струм в індуктивності протягом перехідних процесів змінюється за експоненціальним законом від нуля до максимального, яке визначається напругою джерела і активним опором кола;
- напруга на активному опорі повторює часову залежність струму, тобто, в момент комутації дорівнює нулю, а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до максимальної, яка дорівнює напрузі джерела;
- напруга на індуктивності в момент комутації миттєво досягає значення $u_L(0) = E$ (за відсутності струму в момент комутації і, як наслідок, відсутність напруги на активному опорі, прикладена ззовні напруга повністю виділяється на індуктивності), а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля;

• всі електричні величини (струм, падіння напруги на індуктивності і активному опорі) в перехідному режимі змінюються за одним і том же законом і з однаковою швидкістю - коефіцієнт в показнику ступеня експоненціального множника для всіх величин - один і той

же, а саме: $-\frac{r}{L}$.

5.4.2. Вільні процеси в колах першого порядку

5.4.2.1. Вільні процеси в R, C - колі

Вільні процеси виникають під впливом енергії, запасеної в реактивних елементах до комутації в колі.

Розглянемо процеси, що виникають при замиканні кола, яке складається з опору і зарядженої ємності. Схема, яка відповідає данному випадку, наведена на рис. 5.6

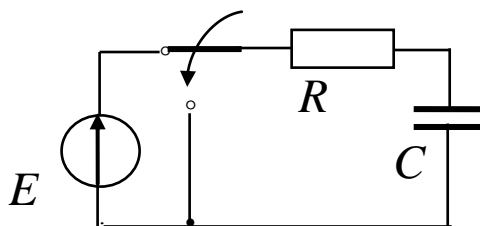


Рис. 5.6

Визначимо часові залежності струму і падінь напруги на елементах кола, тобто $i(t)$ -?, $u_R(t)$ - ?, $u_C(t)$ - ?.

Скористаємося сформульованим вище алгоритмом класичного методу аналізу перехідних процесів.

1. Складання диференціального рівняння післякомутаційного кола.

В якості шуканої величини вибираємо часову залежність напруги на ємності $u_C(t)$.

Згідно з другим законом Кірхгофа

$$u_r + u_C = 0$$

і далі

$$RC \frac{du_C(t)}{dt} + u_C = 0.$$

2. Визначення коренів характеристичного рівняння.

Складаємо характеристичне рівняння

$$RCp + 1 = 0.$$

його корінь

$$p = -\frac{1}{RC}.$$

3. Визначення примушеної складової перехідного процесу

Очевидно, що після закінчення перехідних процесів напруга на ємності дорівнює нулю - за відсутності зовнішніх джерел напруга на елементах замкненого кола відсутня, тобто

$$u_{Cnp} = 0.$$

4. Визначення початкових умов

До комутації, тобто, до відключення від кола джерела напруга на ємності дорівнює ERC джерела E . Відповідно до закону комутації в момент комутації вона зберігає своє значення.

Отже,

$$u_C(0_-) = u_C(0_+) = u_C(0) = E.$$

5. Визначення постійної інтегрування

Запишемо вираз для шуканої функції в загальному вигляді

$$u_C(t) = u_{C\text{ пр}} + u_{C\text{ св}} = u_{C\text{ пр}} + Ae^{pt} = 0 + Ae^{pt}$$

і для моменту $t = 0$ з урахуванням початкових умов

$$u_C(0) = 0 + A = E.$$

З отриманого співвідношення визначимо постійну інтегрування

$$A = E.$$

6. Запис остаточного виразу для шуканої величини і пов'язаних з нею величин

З огляду на визначені вище компоненти, запишемо остаточну формулу для розрахунку напруги на ємності

$$u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}.$$

Співвідношення для розрахунку струму

$$i(t) = C \frac{du_C(t)}{dt} = -CE \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}};$$

напруги на опорі

$$u_R(t) = i(t)R = -Ee^{-\frac{t}{RC}}.$$

Будуємо графіки отриманих функцій (рис. 5.7,а - $u_C(t)$, $u_R(t)$; рис.5.7,б - $i(t)$)

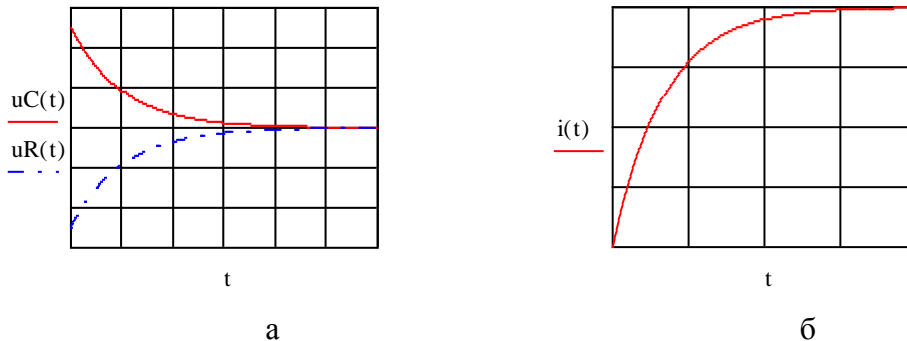


Рис. 5.7

Аналіз отриманих результатів

Відзначимо наступні особливості:

напруга на ємності протягом перехідних процесів змінюється за експоненціальним законом від початкової, рівної напрузі джерела, до нуля;

струм в момент комутації миттєво досягає значення $i(0) = -\frac{E}{R}$ (заряджена до

комутації ємність еквівалентна джерелу ЕРС), а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля. Знак "мінус" формально вказує на протилежний, по відношенню до струму заряду ємності, напрямок струму розряду;

напруга на активному опорі повторює часову залежність струму, тобто, в момент комутації миттєво змінюється від нуля до напруги, рівній напрузі на ємності, а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля (знак "мінус" вказує на "зустрічний" характер дії напруги на ємності і падіння напруги на опорі);

всі електричні величини (струм, напруга на ємності і активному опорі) в перехідному

режимі змінюються за одним і тим же законом і з однаковою швидкістю - коефіцієнт в показнику ступеня експоненціального множника для всіх величин - один і той же: $-\frac{1}{RC}$.

5.4.2.1. Вільні процеси в R, L – колі

Схема, яка відповідає даному випадку, наведена на рис. 5.8

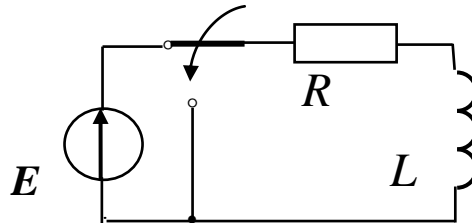


Рис. 5.8

Визначимо часові залежності струму і падінь напруги на елементах кола, тобто $i(t)$ -?, $u_R(t)$ -?, $u_L(t)$ -?.

Скористаємося сформульованим вище алгоритмом класичного методу аналізу перехідних процесів.

1.Складання диференціального рівняння післякомутаційного кола

В якості шуканої величини вибираємо часову залежність струму в індуктивності $i_L(t)$.

Згідно з другим законом Кірхгофа

$$u_R + u_L = E$$

і далі

$$i_L(t)R + L \frac{di_L(t)}{dt} = 0.$$

2. Визначення кореня характеристичного рівняння

Перетворюючи вихідне диференціальне рівняння в однорідне, складаємо характеристичне рівняння

$$pL + R = 0.$$

Його корінь

$$p = -\frac{R}{L}.$$

3. Визначення примушеної складової перехідного процесу

Очевидно, що після закінчення перехідних процесів струм в колі дорівнює нулю - в колі, що утворилося після комутації відсутні джерела енергії, а енергія, запасена в магнітному полі індуктивності, протягом перехідних процесів перетвориться в опорі R в теплову

$$i_{L\text{пр}} = 0.$$

4. Визначення початкових умов

До комутації, тобто, до перемикання ключа струм в колі залежить від напруги джерела і опору. Відповідно до закону комутації в момент комутації він зберігає свої напрямок і значення, тобто

$$i_L(0_-) = i_L(0_+) = i_L(0) = \frac{E}{R}.$$

5. Визначення постійної інтегрування

Запишемо вираз для шуканої функції в загальному вигляді

$$i_L(t) = i_{L \text{ пр}} + i_{L \text{ св}} = i_{L \text{ пр}} + Ae^{pt} = 0 + Ae^{pt}$$

і для моменту $t = 0$ з урахуванням початкових умов

$$i_L(0) = 0 + A = \frac{E}{R}.$$

З отриманого співвідношення визначимо постійну інтегрування

$$A = \frac{E}{R}.$$

6. Запис остаточного виразу для шуканої величини і пов'язаних з нею величин

З огляду на визначені вище компоненти, запишемо формулу для розрахунку струму в колі

$$i_L(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Співвідношення для розрахунку напруги на опорі

$$u_R(t) = i(t)R = E e^{-\frac{R}{L}t};$$

напруги на індуктивності

$$u_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = -L \frac{E}{R} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = -E e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Будуємо графіки отриманих функцій (рис. 5.9,а - $i(t)$; рис.5.9,б - $u_R(t)$; $u_L(t)$)

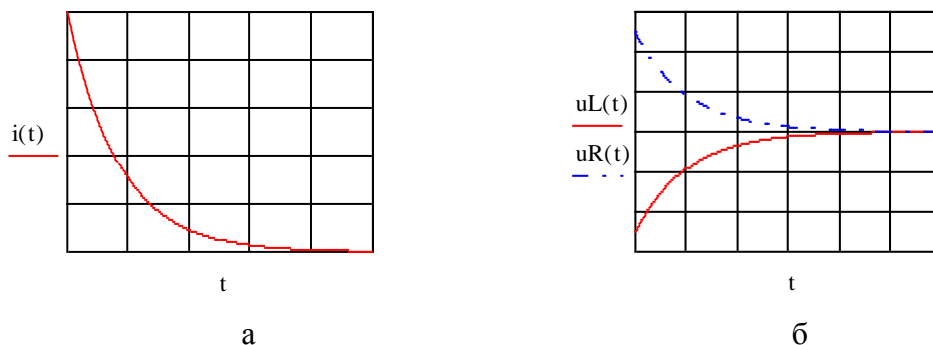


Рис. 5.9

Аналіз отриманих результатів

Відзначимо наступні особливості:

– струм в індуктивності не змінюється в момент комутації, а протягом перехідних процесів зменшується за експоненціальним законом від докомутаційного (максимального) значення до нуля;

– напруга на активному опорі повторює часову залежність струму, тобто, в момент комутації зберігає докомутаційне значення, що дорівнює напрузі джерела, а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля;

– напруга на індуктивності в момент комутації миттєво досягає значення $u_L(0) = -E$, врівноважуючи в замкненому колі, що утворилося, падіння напруги на активному опорі, а в перехідному режимі змінюється за експоненціальним законом до нуля;

– всі електричні величини (струм, падіння напруги на індуктивності і активному опорі) в перехідному режимі змінюються за одним і тим же законом і з однаковою швидкістю - коефіцієнт в показнику ступеня експоненціального множника для всіх величин - один і той

же: $-\frac{R}{L}$.

Узагальнюючи отримані результати, сформулюємо наступні висновки:

Швидкість загасання вільних складових перехідних процесів не залежить від характеру комутацій і визначається вичерпно параметрами елементів кола.

5.4.3. Параметри перехідних процесів в електричних колах першого порядку

До параметрів перехідних процесів належать «стала часу електричного кола» і «тривалість перехідних процесів».

Ми вже відзначали незалежність швидкості, з якою протікають перехідні процеси від характеру комутацій.

Формально швидкість перехідних процесів в розглянутих вище прикладах визначається коефіцієнтом при t в показниках ступеня експоненціальних множників часових функцій. Введемо позначення:

$$\tau = RC \text{ - для } RC \text{ - кіл;} \qquad \tau = \frac{L}{R} \text{ - для } RL \text{ - кіл.}$$

Величина $\tau = \frac{1}{|p|}$ - зворотна кореню (по модулю) характеристичного рівняння

післякомутаційного кола, має розмірність часу і називається „сталю часу“ електричного кола. Оцінюючи вплив сталої часу кола на швидкість, з якою протікають в колі перехідні процеси, сформулюємо визначення цього параметра: стала часу електричного кола - це час, протягом якого модуль вільної складової перехідного процесу зменшується в $\boxed{10}$ разів у порівнянні зі своїм початковим значенням, тобто

$$x_{cv}(\tau) = Ae^{-1} = x_{cv}(0)e^{-1}.$$

Зрозуміло, що чим більша стала часу кола, тим повільніше в ній протікають перехідні процеси. Теоретично, як випливає з отриманих вище результатів, процес встановлення в колі нового стаціонарного режиму триває нескінченно довго, але на практиці прийнято вважати перехідний процес закінченим, коли його вільні складові зменшуються приблизно в 100 разів, тобто досягають рівня 0.01 від свого початкового значення.

Виходячи з цього припущення, з'ясуємо зв'язок між тривалістю перехідних процесів t_{nep} і сталою часу кола.

Відповідно до прийнятого припущення складемо рівняння, виконаємо ряд перетворень і дій і розв'яжемо його

$$x_{cv}(t_{nep}) = Ae^{-\frac{t_{nep}}{\tau}} = 0.01A;$$

2. З використанням виразів для комплексного вхідного опору або комплексної вхідної провідності:

- скласти комплексну схему заміщення досліджуваного кола;
- записати вираз для комплексного вхідного опору або комплексної вхідної провідності замінюючи $j\omega$ на p і прирівняти його нулю. Тут під "вхідними" розуміють еквівалентні опір або провідність відносно ділянки, де має місце комутація;
- розв'язуючи рівняння відносно p , отримують значення кореня характеристичного рівняння, або

$$Z_{\text{вх}} \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ j\omega \rightarrow p \\ | \\ \text{---} \end{array} = 0 \Rightarrow p;$$

$$Y_{\text{вх}} \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ j\omega \rightarrow p \\ | \\ \text{---} \end{array} = 0 \Rightarrow p$$

3. З використанням сталої часу кола:

- скласти еквівалентну схему досліджуваного кола після комутації для визначення еквівалентного опору зовнішньої по відношенню до реактивного елемента ділянки. Для цього джерело, присутнє в колі, вилучити, залишивши його внутрішній опір, реактивний елемент зі схеми вилучити, зберігши затискачі, до яких він підключений;

- розрахувати еквівалентний, вхідний по відношенню до затискачів реактивного елемента опір R_e ;

- з огляду на формули для визначення сталої часу розгалужених кіл в залежності від типу реактивного елемента, що входить до їх складу, $\tau = R_e C$ і $\tau = \frac{L}{R_e}$, розрахувати сталу часу досліджуваного кола;

- розрахувати корінь характеристичного рівняння, використовуючи формулу $p = -\frac{1}{\tau}$.