

Кафедра інформатизації та управління

**Методичні вказівки
до курсової роботи
з дисципліни
"Теорія автоматичного управління"
для студентів спеціальності 092501 – Автоматизоване управління
технологічними процесами та виробництвом**

УДК 681.5

План ПНВ 2010 р.

Укладачі: О. М. Харабет, І. С. Кушнір

Схвалено:
на засіданні кафедри І та У
та рекомендовано до друку

Протокол № 7
від 16.02.2010 р.

Затверджено:
Методичною радою Одеської
Національної академії зв'язку
ім. О. С. Попова
Протокол № 6
від 30.03.2010 р.

ВСТУП

Відповідно до кваліфікаційної характеристики спеціальності 092501 – Автоматизоване управління технологічними процесами та виробництвом, студент повинен знати основи теорії автоматичного управління та вміти здійснювати розрахунок настройок автоматичного регулятора за заданими динамічними характеристиками об'єкта, перевіряти стійкість і якість роботи автоматичної системи управління на математичній, цифровій чи аналоговій моделі об'єкта або в умовах експлуатації.

1. Мета, засоби та ресурси курсової роботи

Метою курсової роботи (КР) є формування знань теорії лінійних одноконтурних автоматичних систем регулювання (АСР). Закріплення умінь застосовувати на практиці інженерні засоби вибору настройок регуляторів і аналізу перехідних процесів регулювання з використанням обчислювальної техніки.

Набуттю професійних знань, умінь та навиків сприяє проведення багаторазового дослідження шляхом різноманітних розрахунків на ПК у діалоговому режимі, моделювання на ПК, графічні побудови і порівняльний аналіз результатів, що одержуються різноманітними шляхами.

Засобами для досягнення мети служить проблемна постановка типової технічної задачі. Для об'єкта управління, що описується диференціальним рівнянням 2-го порядку із запізненням, вибрати регулятор, що здатний забезпечити задану якість перехідного процесу регулювання, застосувавши ПК, обчислити настройки регулятора, перевірити передбачений перехідний процес розрахунками та моделюванням, перевірити запаси стійкості та дослідити вплив на них настройок регулятора, оцінити ефективність використання різноманітних способів визначення настройок регулятора.

2. Структура та технічне завдання

Структура технічного завдання наведена у вигляді списку, для якого повне описання кожного з пунктів наведено у відповідних розділах посібника.

Структура технічного завдання:

1. Підготовка вихідних даних для побудови кривої розгону об'єкта управління. Знаходження коренів характеристичного рівняння та перехід від передатної функції до оригіналу за методом Хевісайда.

2. Обчислення координат і побудова кривої розгону. Моделювання кривої розгону.

3. Обчислення координат і побудова КЧХ об'єкта управління (з запізненням і без нього). Обробка кривої розгону за методами Кона та Копеловича.

4. Побудова межі стійкості АСР в координатах k_p та k_p/T_i . Підготовка початкових даних для застосування таблиць і номограм.

5. Побудова лінії $m = const$, визначення оптимальних налаштувань ПІ-регулятора. Визначення налаштувань ПІ-регулятора за методиками Кона та Копеловича.

6. Побудова КЧХ розімкненої АСР та визначення запасу стійкості за модулем та фазою. Перевірка функціонування ПІ-регулятора з розрахованими налаштуваннями.

7. Моделювання АСР в цілому при трьох отриманих парах налаштувань k_p та T_i . Визначення показників якості для отриманих перехідних процесів управління.

8. Аналіз результатів та висновки.

3. Обчислення характеристик автоматичної системи управління

Спосіб, що запропонований до використання в даній роботі для обчислення налаштувань регулятора, заснований на властивостях комплексно-частотної характеристики (КЧХ), розширеної за показником коливальності. Тому обчислення проводяться в частотній області, тобто шляхом переходу від передатних до частотних функцій. Кінцевий результат $\Delta x(t)$, тому для відповідності одного з показників якості, а саме першого динамічного відхилення Δx_{m1} з остаточним відхиленням на некерованому об'єкті $\Delta x(\infty)$ при однаковому збуренні ΔN необхідно мати в наявності перехідну функцію об'єкта, яку можна представити у вигляді кривої розгону.

3.1. Визначення перехідної функції об'єкта управління. Побудова кривої розгону об'єкта управління

Результати математичного описання діючого об'єкта управління, що необхідно створити, найбільш часто подаються у виді диференціальних рівнянь. Для більшості процесів є характерними об'єкти, що мають значну інерційність і запізнення, тому їхні диференціальні рівняння можуть мати вид:

$$a_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_0 \Delta N(t - \tau), \quad (3.1)$$

де t - незалежна змінна (час);

x - вихідна координата (регульована величина);

ΔN - вхідна координата (збурення);

τ - транспортне запізнення (час);

a_0, a_1, a_2, b_0 - параметри (коефіцієнти) рівняння.

При раціоналізації запису (3.1) шляхом ділення на коефіцієнт a_0 отримують:

$$T_2^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + T_1 \frac{dx}{dt} + x = k_N \Delta N(t - \tau), \quad (3.2)$$

де $T_2 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}$ - постійна часу, що характеризує коливальні властивості об'єкта управління;

$T_1 = \frac{a_1}{a_0}$ - постійна часу, що характеризує демпфіруючі властивості об'єкта управління;

$k_N = \frac{b_0}{a_0}$ - коефіцієнт передачі об'єкта управління за каналом збурення.

Розв'язок диференційного рівняння (3.1) зручно виконувати з застосуванням способу операторного перетворення Лапласа. Відповідно до цього передатна функція об'єкта за каналом збурення

$$W_{об}^{N-X}(s) = \frac{k_N}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} \cdot e^{-\tau s}, \quad (3.3)$$

де s - оператор перетворення Лапласа;

$e^{-\tau \cdot s}$ - передатна функція ланки чистого запізнення.

Передатна функція об'єкта за каналом регулювання може за інерційними властивостями і за коефіцієнтом передачі відрізнитись від каналу збурення. Однак, часто відмінність полягає тільки в різних коефіцієнтах передачі $k_N \neq k_M$, тоді

$$W_{об}^{M-X}(s) = \frac{k_M}{T_2^2 s^2 + T_1 s + 1} e^{-\tau s}. \quad (3.4)$$

Зображення по Лапласу вихідної функції об'єкта можна отримати, якщо подати до входу об'єкта з передатною функцією $W_{об}^{M-X}(s)$ вплив $Z(s)$:

$$\Delta x(s) = W_{об}^{M-X}(s) \Delta Z(s);$$

$$\Delta Z(s) = L\{\Delta Z(t)\};$$

$$\Delta Z(s) = \frac{1}{s}; \Delta Z(t) = 1(t).$$

та записати зображення вихідної функції у вигляді дробу:

$$\Delta x(s) = \frac{k}{(T_2^2 s^2 + T_1 s + 1)s} = \frac{A(s)}{sB(s)}. \quad (3.5)$$

Для переходу від зображення перехідної функції до її оригіналу $\Delta x(t)$, можна застосувати метод Хевісайда. Метод полягає у формальному одержанні оригіналу шляхом знаходження коренів знаменника дробу (3.5) як характеристичного рівняння. Корені підставляють у формулу Хевісайда:

$$x(t) = \frac{A(0)}{\bar{B}(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{A(p_i)}{p_i \bar{B}'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (3.6)$$

де $A(0), A(p_i)$ - чисельник дробу (3.5) при нульовому корені та при

i - му корені;

$\bar{B}(0), \bar{B}'(p_i)$ - значення перетвореного характеристичного рівняння при нульовому корені та першої похідної цього ж рівняння при

i - му корені;

p_i - корені перетвореного характеристичного рівняння;

n - загальне число коренів;

$p_1 = 0; (s = 0);$

$$p_{2,3} = -\frac{T_1}{2T_2^2} \mp j \frac{\sqrt{4T_2^2 - T_1^2}}{2T_2^2}. \quad (3.7)$$

Якщо корені p_2, p_3 характеристичного рівняння дійсні і негативні, розв'язання (3.1) має вид:

$$\Delta x(t) = k_M + \frac{A(p_2)}{p_2 \bar{B}'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{A(p_3)}{p_3 \bar{B}'(p_3)} e^{p_3 t} \quad (3.8)$$

або

$$\Delta x(t) = k_M \left(1 + \frac{A(p_2)}{p_2 \bar{B}'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{A(p_3)}{p_3 \bar{B}'(p_3)} e^{p_3 t} \right).$$

За результатами обчислень будується крива розгону. Запізнення враховується шляхом зсуву усього графіку на час чистого (транспортного) запізнення. Початкова ділянка кривої будується з кроком за часом 1 с. для більш точного відображення ділянки відриву кривої розгону від осі часу.

3.2. Обчислення і побудова комплексно-частотної характеристики об'єкта управління

Переведення задачі в частотну область здійснюється шляхом формальної заміни повної комплексної незалежної змінної $s = \beta + \omega j$ її чисто уявною частиною ωj .

$$W_{об}^{M-X}(\omega j) = \frac{k_M}{T_2^2 \omega^2 j^2 + T_1 \omega j + 1} e^{-\tau \omega j} \quad (3.9)$$

З урахуванням того, що $j^2 = -1$, а $e^{-j\omega\tau} = \cos(\omega\tau) - j \sin(\omega\tau)$, запишемо

$$W_{об}^{M-X}(\omega j) = \frac{k_M (\cos \omega\tau - j \sin \omega\tau)}{(1 - T_2^2 \omega^2) + T_1 \omega j}. \quad (3.10)$$

Графік КЧХ можна будувати на площині в полярних або в прямокутних координатах. В першому випадку запис виразу КЧХ подається у вигляді модуля та аргументу комплексного числа:

$$W_{об}^{M-X}(\omega j) = M_{об}(\omega) e^{j \cdot \theta_{об}(\omega)}, \quad (3.11)$$

де $M_{об}(\omega)$ - модуль $W_{об}^{M-X}(\omega j)$;
 $\theta_{об}(\omega)$ - аргумент $W_{об}^{M-X}(\omega j)$.

У випадку представлення у полярних координатах – у виді дійсної та уявної його частин

$$W_{об}^{M-X}(\omega j) = \operatorname{Re}_{об}(\omega) + j \operatorname{Im}(\omega). \quad (3.12)$$

Тому дійсну та уявну частини КЧХ об'єкта за каналом регулювання можна визначити формулами:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}_{об}(\omega) &= \frac{k_M}{\left[(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + (T_1 \omega)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \cos \left[\tau \omega + \arctg \left(\frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \right) \right] \\ \operatorname{Im}_{об}(\omega) &= \frac{k_M}{\left[(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + (T_1 \omega)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \sin \left[\tau \omega + \arctg \left(\frac{T_1 \omega}{1 - T_2^2 \omega^2} \right) \right] \end{aligned} \right\}. \quad (3.13)$$

Дійсна та уявна частини КЧХ є проєкціями модуля на дійсну і уявну осі комплексної площини. Модуль і аргумент КЧХ можна знайти за формулами:

$$\left. \begin{aligned} M_{o\bar{o}}(\omega) &= \sqrt{\operatorname{Re}_{o\bar{o}}^2(\omega) + \operatorname{Im}_{o\bar{o}}^2(\omega)} \\ \theta_{o\bar{o}}(\omega) &= \tau\omega + \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}_{o\bar{o}}(\omega)}{\operatorname{Re}_{o\bar{o}}(\omega)} \end{aligned} \right\}. \quad (3.14)$$

Обчислення координат для вектора КЧХ необхідно виконати двічі: для об'єкта з запізненням та для об'єкта без запізнення. Результатами мають бути графіки КЧХ.

3.3. Побудова межі стійкості АСР

Під час аналізу стійкості одноконтурної АСР (рис. 3.1), до складу якої входять об'єкт та ПІ-регулятор, в першу чергу необхідно з'ясувати, в яких межах можна варіювати параметри його настройок k_p та T_i для кожної з можливих частот без ризику отримання нестійкого перехідного процесу регулювання.

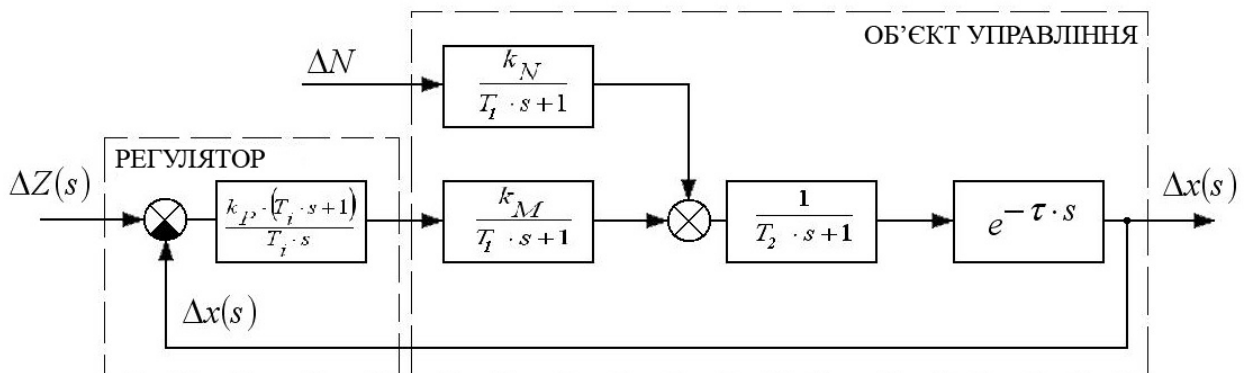


Рисунок 3.1 – Схематичне зображення одноконтурної АСР, до складу якої входять інерційний об'єкт 2-го порядку з запізненням та ПІ-регулятор

Інакше кажучи, в площині параметрів k_p та T_i (більш зручно - k_p та k_p/T_i) визначається область, всередині якої всі комбінації настройок даватимуть сталі згасаючі перехідні процеси.

Передатна функція ПІ-регулятора має вид:

$$W_p(s) = k_p \frac{T_i s + 1}{T_i s}.$$

Еквівалентна передатна функція замкнутої АСР за каналом регулювання

$$W_{ACP}^{3AM}(s) = \frac{W_{об}^{N-X}(s)W_p(s)}{1 + W_{об}^{M-X}(s)W_p(s)}. \quad (3.15)$$

Характеристичне рівняння замкнутої АСР

$$1 + W_{об}^{M-X}(s)W_p(s) = 0. \quad (3.16)$$

Якщо оцінювати стійкість замкнутої АСР із застосуванням критерію Найквіста-Михайлова, то задачу знову необхідно перевести в частотну область, тоді матимемо:

$$[\operatorname{Re}_{об}(\omega) + j \cdot \operatorname{Im}_{об}(\omega)][\operatorname{Re}_p(\omega) + j \cdot \operatorname{Im}_p(\omega)] = -1, \quad (3.17)$$

де $\operatorname{Re}_p(\omega) = k_p$ - дійсна частина КЧХ ПІ-регулятора;

$\operatorname{Im}_p(\omega) = -\frac{k_p}{T_i} \cdot \frac{1}{\omega}$ - уявна частина КЧХ ПІ-регулятора.

З виразу (3.17) можна отримати вирази для визначення налаштувань відповідної межі стійкості АСР:

$$\left. \begin{aligned} k_p &= -\frac{\operatorname{Re}_{об}(\omega)}{M_{об}^2(\omega)} \\ k_p / T_i &= -\frac{\omega \cdot \operatorname{Im}_{об}(\omega)}{M_{об}^2(\omega)} \end{aligned} \right\}. \quad (3.18)$$

Необхідно побудувати межу стійкості. Кожному значенню колової частоти відповідає пара значень налаштувань k_p та k_p / T_i . Для даної АСР межа області стійкості повинна розташовуватись у верхній півплощині параметрів. При збільшенні запізнення площа області стійкості повинна різко зменшуватись.

3.4. Обчислення оптимальних налаштувань ПІ-регулятора

Визначенню підлягають налаштування, що найкраще забезпечують заданий ступінь коливальності для перехідного процесу регулювання або ступінь згасання перехідного процесу регулювання:

$$\Psi = \frac{\Delta x_{m1} - \Delta x_{m3}}{\Delta x_{m1}} \quad (3.19)$$

де Δx_{m1} - перший максимум відхилення керованої змінної (перше динамічне відхилення) Δx ;

Δx_{m3} - третій максимум відхилення керованої змінної (третє динамічне відхилення) Δx .

Ці відхилення визначаються безпосередньо за графіком перехідного процесу регулювання, але ступінь згасання може бути визначений і іншим шляхом, а саме через кореневий показник коливальності:

$$\Psi_0 = 1 - e^{-2\pi m} \quad (3.20)$$

Кореневий показник коливальності зв'язаний з комплексною площиною коренів характеристичного рівняння АСР, тобто в буквальному сенсі являє собою модуль відношення дійсної частини комплексного кореня до уявної. Комплексна площина коренів характеристичного рівняння показана на рис. 2. З теорії автоматичного управління відомо, якщо спряжені корені характеристичного рівняння розташовані в лівій півплощині коренів, то перехідний процес містить згасаючу коливальну складову. Характеристичне рівняння 3-го порядку також може мати дійсний негативний корінь, що зумовлює наявність постійної складової в результуючому перехідному процесі. Характеристичні рівняння більш високого порядку можуть мати декілька пар коренів, однак визначальне значення для результуючого перехідного процесу має лише та пара коренів, що характеризується найменшим (за модулем) відношенням дійсної частини до уявної:

$$m = \left| -\frac{\beta}{\omega} \right|. \quad (3.21)$$

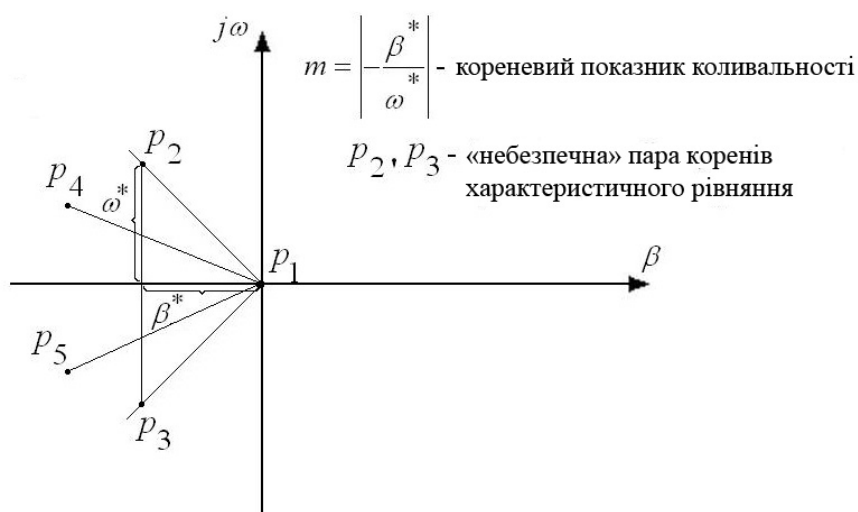


Рисунок 3.2 – Розташування коренів характеристичного рівняння АСР на комплексній площині

Всі інші корені повинні знаходитись в середині уявно побудованого сектора, що створюється між початком координат та парою коренів, що найближче розташовані до уявної осі координат (рис. 3.2). З викладеного вище можна зробити висновок про те, що настройки регулятора та значення ступеня згасання перехідного процесу регулювання можна знайти визначивши для характеристичного рівняння АСР пару граничних коренів:

$$p_{i,i+1} = -\beta \pm \omega j \quad (3.22)$$

Ця вимога рівнозначна побудові розширеної КЧХ, що повинна отримуватись із (3.5) шляхом заміни $s = -\beta + \omega j$ ($-\beta$ тому, що корені повинні знаходитись в лівій півплощині).

З урахуванням (3.21) $s = -\beta + \omega j$ можна замінити на $s = -\omega m + \omega j$. Для уніфікації вигляду перехідного процесу значення m умовно нормовані, зазвичай застосовуються значення 0,22; 0,30; 0,37; 0,48.

Таким чином, для заданого об'єкта розширена по m КЧХ матиме вигляд:

$$W_{об}(-m\omega + \omega j) = \frac{k_M e^{-\tau(-m\omega + \omega j)}}{T_2^2 \cdot (-m\omega + \omega j)^2 + T_1(-m\omega + \omega j) + 1}. \quad (3.23)$$

Після перетворень, необхідних для побудови розширеної КЧХ об'єкта, отримаємо:

- в полярній системі координат

$$\left. \begin{aligned} M_{об}(m, \omega) &= \frac{k_M e^{m\omega}}{\sqrt{[(1 + T_1 m\omega) - T_2^2 \omega^2 (1 - m^2)]^2 + [T_1 \omega - 2T_2^2 m\omega^2]^2}} \\ \theta_{об}(m, \omega) &= \arctg \left[\frac{T_1 \omega - 2T_2^2 m\omega^2}{(1 + T_1 m\omega) - T_2^2 \omega^2 (1 - m^2)} \right] + \omega\tau \end{aligned} \right\}; \quad (3.24)$$

- в прямокутній системі координат

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}_{об}(m, \omega) &= M_{об}(m, \omega) \cos(\theta_{об}(m, \omega)) \\ \operatorname{Im}_{об}(m, \omega) &= -M_{об}(m, \omega) \sin(\theta_{об}(m, \omega)) \end{aligned} \right\}. \quad (3.25)$$

Легко помітити, що при $m = 0$ вирази (3.24) та (3.25) зводяться до виразів для звичайної КЧХ даного об'єкта.

Формули для визначення пар настройок, що забезпечують необхідне значення ступеня коливальності, на всьому діапазоні частот можуть бути отримані з характеристичного рівняння замкнутої АСР (3.17). Однак, необхідно замінити складові $\operatorname{Re}_{об}(\omega), \operatorname{Im}_{об}(\omega), \operatorname{Re}_p(\omega), \operatorname{Im}_p(\omega)$ на відповідні складові $\operatorname{Re}_{об}(m, \omega), \operatorname{Im}_{об}(m, \omega), \operatorname{Re}_p(m, \omega), \operatorname{Im}_p(m, \omega)$.

Ці настройки будуть знайдені з умови перетину графіком розширеної КЧХ замкнутої системи критичної точки (за критерієм Найквіста-Михайлова), тобто з умови:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}_{ACP}^{3AM}(m, \omega) &= -1 \\ \operatorname{Im}_{ACP}^{3AM}(m, \omega) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3.26)$$

$$\left. \begin{aligned} k_{P1} &= - \frac{[m \operatorname{Im}_{o\bar{o}}(m, \omega) + \operatorname{Re}_{o\bar{o}}(m, \omega)]}{M_{o\bar{o}}^2(m, \omega)} \\ C_1 = \frac{k_{P1}}{T_{i1}} &= - \frac{\omega(m^2 + 1) \operatorname{Im}_{o\bar{o}}(m, \omega)}{M_{o\bar{o}}^2(m, \omega)} \end{aligned} \right\}. \quad (3.27)$$

Формули (3.27) вироджуються в формули (3.18) при $m = 0$.

Для виконання даної частини роботи необхідно в першу чергу побудувати область стійкості АСР при $m = 0$. Частота, при якій визначаються оптимальні настройки регулятора, визначається за видом граничної кривої. Тобто, необхідно виконати розрахунок для початкової частоти, що відповідає перетину граничною кривою осі k_p ліворуч, а кінцеву – відповідно початку ділянки спадання після екстремуму (максимуму).

За результатами обчислень в області параметрів настройок будується лінія $m = \text{const}$, вона повинна розміщуватись всередині межі стійкості $m = 0$. На ній розміщена точка, що відповідає оптимальним настройкам k_p^*, T_i^* .

3.5. Побудова КЧХ розімкненої автоматичної системи регулювання. Визначення запасу стійкості за модулем та фазою

Як і раніше, дано КЧХ, $W_{PC}(\omega)$ розраховується і будується за дійсною та уявною складовими.

$$W_{PC}(\omega j) = P_{PC}(\omega) + jQ_{PC}(\omega) \quad (3.28)$$

або з урахуванням КЧХ ПІ-регулятора:

$$W_{PC}(\omega j) = [P_{o\bar{o}}(\omega) + jQ_{o\bar{o}}(\omega)][P_{PC}(\omega) + jQ_{PC}(\omega)]. \quad (3.29)$$

Звідси отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} P_{PC}(\omega) &= k_P \left[P_{o\bar{o}}(\omega) + \frac{Q_{o\bar{o}}(\omega)}{T_i \omega} \right] \\ Q_{PC}(\omega) &= k_P \left[Q_{o\bar{o}}(\omega) - \frac{P_{o\bar{o}}(\omega)}{T_i \omega} \right] \end{aligned} \right\}. \quad (3.30)$$

За результатами обчислень необхідно побудувати графік КЧХ розімкненої АСР та, орієнтуючись на критерій Найквіста-Михайлова, визначити запаси стійкості АСР за модулем C та фазою γ .

4. Розрахунок настройок локальних ПІ-регуляторів за методикою Л. І. Кона

4.1. Загальні положення

В використовуваних таблицях наведені дані для приблизної настройки ідеальних ПІ-регуляторів з передатною функцією

$$W_p(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = k_p \frac{T_i s + 1}{T_i s}, \quad (4.1)$$

що дозволяють отримати в одноконтурних системах регулювання складних теплоенергетичних і аналогічних технологічних об'єктів з запізненням перехідні процеси з наміченими показниками якості.

В системі, структурна схема якої показана на рис. 4.1, об'єкт регулювання розуміють як сукупність регулюючого органа 1, власне регулюємої установки 2 та датчика регулюємої величини 3 з виходом $x(t)$, перетвореним у вид, що допускає його порівняння з сигналом задаючого впливу $z(t)$.

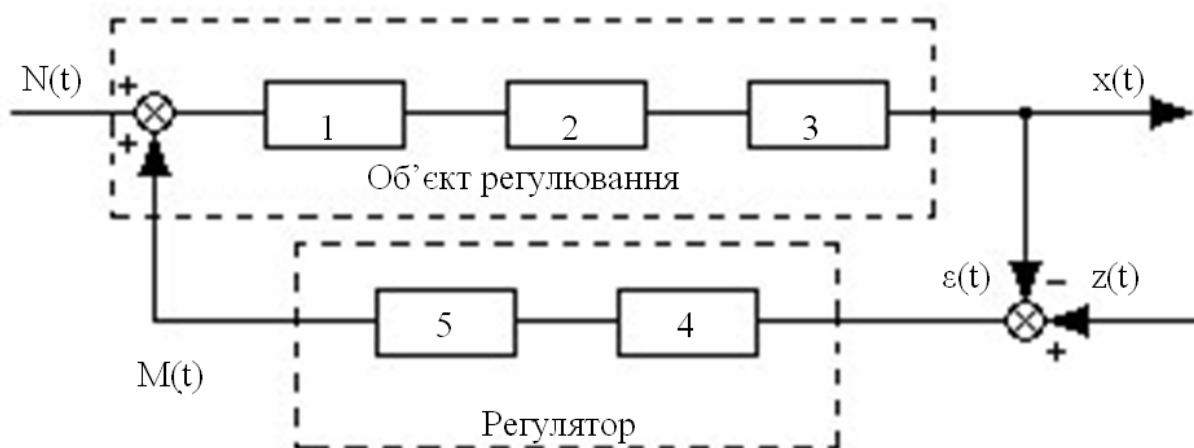


Рисунок 4.1 – Загальна структурна схема АСР

Динамічні характеристики об'єкта регулювання в даному випадку визначаються або безпосереднім експериментом, або за достатньо точною математичною моделлю. Налаштування регуляторів розраховані інженерними методами для ще більш простих моделей об'єкта регулювання, які далі будемо називати розрахунковими моделями.

Регулятором вважається сукупність пристроїв 4 і додаткових механізмів 5, підсилюючих сигнал розходження $\varepsilon(t)=z(t)-x(t)$ і формуючих необхідний закон регулювання.

Зовнішнє збурення $N(t)$ представляє собою величину підведену до місця прикладення регулюючого сигналу $M(t)$, при цьому їх дії на об'єкт регулювання еквівалентні.

4.2. Розрахункові моделі об'єктів регулювання

Розрахункові моделі об'єктів регулювання складаються з q інерційних ланок першого порядку з однаковими постійними часу T та ланки чистого запізнення і (тільки для нейтральних об'єктів) інтегруючої ланки.

Параметри ланок цих моделей визначаються за перехідними функціями об'єкта $h(t)$, що отримані в результаті експерименту на реальному об'єкті, на його аналоговій моделі або, в найбільш простих випадках, обчислені безпосередньо за диференціальним рівнянням математичного опису об'єкта.

Зазвичай спочатку визначається крива розгону об'єкта $\Delta x_p(t)$ знята після подачі на вхід об'єкта (або його аналогової моделі) в початковий момент часу допустимого стрибка впливу за каналом регулювання $\Delta N_o I(t) = \Delta M_o I(t)$ (при відключеному регуляторі і стабілізації інших збурень).

Перехідна функція

$$h(t) = \frac{\Delta x_p(t)}{\Delta M_o}.$$

Для вибору оптимальних налаштувань регуляторів перехідні функції об'єкта повинні бути знайдені для кількох характерних, в його експлуатаційному діапазоні, навантажень, наприклад 60, 80, 100% від номінальної потужності.

Відповідно до цих навантажень повинні бути перераховані і параметри досліджуваної аналогової моделі об'єкта.

4.3. Розрахункова модель стійких (володіючих самовирівнюванням) об'єктів

Передатна функція розрахункової моделі стійкого об'єкта

$$W_M(s) = \frac{k_M e^{-\tau_0 s}}{(Ts + 1)^q} = \frac{k_M e^{(f-1)\tau s}}{(fg\tau s + 1)^q} = \frac{k_M e^{(r-a)T_a s}}{(rgT_a s + 1)^q}. \quad (4.2)$$

Параметри розрахункової моделі: коефіцієнт підсилення по відношенню до регулюючого сигналу k_M , “час розгону” T_a , умовний час повного запізнення τ і відносне запізнення $a = \tau/T_a$ визначаються безпосередньо за перехідною функцією $h_y(t)$ стійкого об'єкта (рис. 4.2), де пряма АС-дотична до графіку перехідної функції в точці її перегину В, пряма DC-асимптота $h_y(t)$.

Кількість інерційних ланок першого порядку q вибирається у відповідності з відношенням між надійно розділеним на кривій $h_y(t)$ “видимим” ємнісним запізненням об'єкта τ_s і часом розгону T_a .

В розрахунковій моделі відношення її ємнісного запізнення τ_e і T_a не може бути довільним і визначається числом інерційних ланок q .

Обчислені аналітично за рівнянням дотичної в точці перегину $h_y(t)$ значення коефіцієнтів $r = \tau_e/T_a$ та $g = T/\tau_e$ приведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Значення коефіцієнтів $r = \tau_e/T_a$ та $g = T/\tau_e$

q	1	2	3	4	5	6	7	8
$r = \tau_e/T_a$	0	0,105	0,218	0,319	0,410	0,495	0,570	0,642
$g = T/\tau_e$	∞	3,509	1,248	0,702	0,478	0,356	0,281	0,232
$r \cdot g = T/T_a$	1	0,368	0,272	0,224	0,196	0,176	0,160	0,149

Приймається таке значення q , при якому ємнісне запізнення моделі було б найбільш близьким до видимого ємнісного запізнення τ_s , але не переважало величини повного запізнення τ . При цьому деяка частина ємнісного запізнення замінюється транспортним або навпаки, частина транспортного запізнення

замінюється ємнісним, останнє є переважнішим, так як при цьому отримані настройки забезпечують деякий розрахунковий запас якості перехідних процесів.

Чисте запізнення моделі

$$\tau_0 = \tau - \tau_e = (1 - f) \cdot \tau = (a - r) \cdot T_a \quad (4.3)$$

де $f = \tau_e / \tau$ - частка ємнісного запізнення в повному.

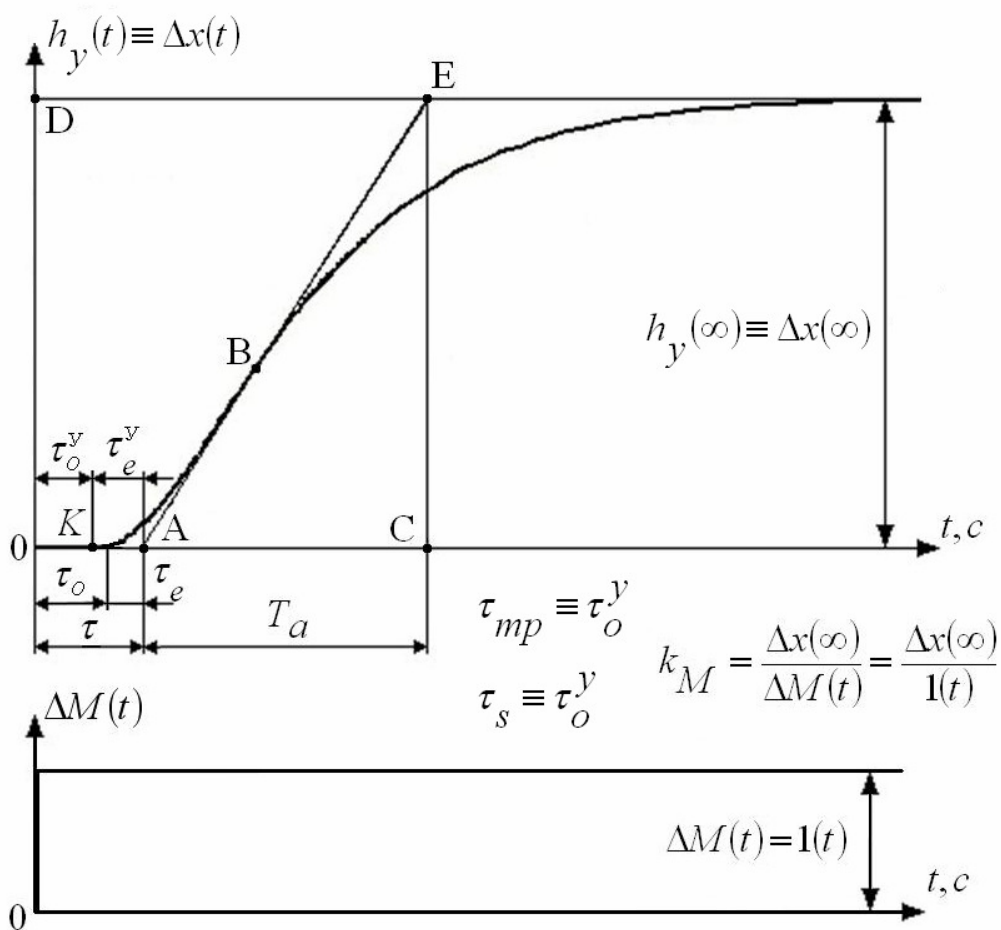


Рисунок 4.2 – Апроксимація графіка перехідної функції стійкого об'єкта за методикою Кона

Розрахунок настройок для моделей з $q > 4$ в таблицях не наводиться, оскільки подальше збільшення q дає лише незначне, практично нереалізуєме, їх уточнення.

При оцінці значень q і τ_o моделі можна брати до уваги табл. 4.2.

Таблиця 4.2 – Значення коефіцієнтів q та τ_o для відповідних $\frac{\tau_s}{T_a}$ та $\frac{\tau}{T_a}$

$\frac{\tau_s}{T_a}$	$\frac{\tau}{T_a}$	q	τ_o
$0 \leq \frac{\tau_s}{T_a} \leq 0,105$	$a < 0,105$	1	τ
$0,105 \leq \frac{\tau_s}{T_a} \leq 0,218$	$a > 0,105$	2	$\tau - 0,105 \cdot T_a$
	$a < 0,218$	3	$\tau - 0,218 \cdot T_a$
$0,218 \leq \frac{\tau_s}{T_a} \leq 0,319$	$a > 0,218$	3	$\tau - 0,218 \cdot T_a$
	$a < 0,319$	4	$\tau - 0,319 \cdot T_a$
$\frac{\tau_s}{T_a} \geq 0,319$	$a > 0,319$	4	$\tau - 0,319 \cdot T_a$

4.4. Методика розрахунку і зміст таблиць налаштувань регуляторів

Для визначення налаштувань регуляторів використовуємо таблиці складені Л.І.Коном [1, с.17-52].

Наведені в таблицях безрозмірні параметри

$b = \omega \tau$ (зведена частота),

$k = k_M k_p$ (для стійких об'єктів),

$\overline{k_M} = \overline{k_M} K_p \tau$ (для нейтральних об'єктів),

і $c = \frac{T_i}{\tau}$ (в обох випадках),

за якими можуть бути обчислені налаштушки ПІ-регулятора: коефіцієнт підсилення k_p і час ізодрому T_i , а також частота коливань в перехідному процесі ω , визначені за умови:

$$W_M(\beta + \omega j) \cdot W_P(\beta + \omega j) = -1. \quad (4.4)$$

Тут

$$W_M(\beta + \omega j) = W_M(-m\omega + \omega j) = W_M\left(-\frac{mb}{\tau} + \frac{b}{\tau} j\right) = W_M(m, b)$$

і

$$W_P(\beta + \omega j) = W_P(-m\omega + \omega j) = W_P\left(-\frac{mb}{\tau} + \frac{b}{\tau} j\right) = W_P(m, b)$$

розширені (по показнику коливальності) амплітудно-фазові характеристики розрахункової моделі об'єкта з передатною функцією (4.7) і регулятора з передатною функцією (4.6) рівні частотним значенням цих передатних функцій при $s=\beta+\omega j=m\omega+\omega j$ і, в свою чергу, β і ω – дійсна та уявна частини тієї пари спряжених коренів характеристичного рівняння замкнутої системи $W_M(s) \cdot W_P(s) + 1 = 0$, радіус-вектори яких в площині комплексної змінної створюють з уявною віссю найменший кут $\gamma = \arctg(m)$. Ця пара коренів визначає основну, найменш інтенсивно затухаючу, складову перехідного процесу з показником коливальності $m = \left| \frac{\beta}{\omega} \right| = -\frac{\beta}{\omega}$, при якому степінь затухання цієї складової

$$\Psi_0 = 1 - e^{-2\pi m}.$$

Наведеним в таблицях значенням m відповідають значення Ψ_0

m	0,22	0,30	0,37	0,48
Ψ_0	0,75	0,85	0,90	0,95

Розширені АФХ розрахункових моделей об'єкта та регулятора приводяться до виду:

$$W_M(\beta + \omega j) = R_M(m, b) e^{j\theta_M(m, b)} \quad (4.5)$$

$$W_P(\beta + \omega j) = R_P(m, b) e^{j\theta_P(m, b)} \quad (4.6)$$

де $R_M(m, b)$ і $R_P(m, b)$ - модулі розширених АФХ моделей об'єкта та регулятора, $\theta_M(m, b)$ і $\theta_P(m, b)$ - їхні аргументи, що являють собою функції заданої коливальності m , приведеної частоти b , параметрів моделей об'єкта та параметрів настройки регулятора.

Умова (4.9) для розрахунку настройок у відповідності з (4.5) та (4.6) зводиться до еквівалентної системи рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \theta_M(m, b) + \theta_P(m, b) &= -\pi \\ R_M(m, b) R_P(m, b) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

При цьому, для моделі стійкого об'єкта

$$R_M(m, b) = \frac{k_M e^{(1-f)mb}}{\left[(1-fgmb)^2 + f^2 g^2 b^2 \right]^{1/2}}; \quad (4.8)$$

$$Q_M(m, b) = q \arctg \frac{fgb}{fgmb - 1} - (1-f)b. \quad (4.9)$$

Для ПІ-регулятора

$$R_P(m, b) = \frac{k_P \left[(1-mbc)^2 + b^2 c^2 \right]^{1/2}}{bc \sqrt{1+m^2}}; \quad (4.10)$$

$$Q_P(m, b) = \arctg \frac{bc}{1-mbc} + \arctg \frac{1}{m}. \quad (4.11)$$

Розв'язання системи рівнянь (4.7) з урахуванням (4.8) – (4.11) при заданих значеннях m та можливих значеннях $b=\omega\tau$, дає для стійких об'єктів комплекси $k=k_M \cdot k_P$ і $c = \frac{T_i}{\tau}$ за якими можуть бути знайдені настройки регуляторів, що забезпечують наявність в перехідних процесах основної коливальної складової

$$\Delta x_H(t) = A e^{\beta t} \cos(\omega t + \varphi) = A e^{-\frac{mb}{\tau} t} \cos\left(\frac{b}{\tau} t + \varphi\right). \quad (4.12)$$

Характеристичне рівняння замкнутої системи $W_M(s)W_P(s)+1=0$ окрім “основної” пари спряжених коренів $p = \beta \pm \omega j$ містить і інші корені, при цьому серед них для всіх практично використовуваних значень $b=\omega\tau$ містяться і дійсні.

На якість перехідного процесу найбільше впливає найменший за модулем дійсний корінь p_m , що визначає основну не коливальну складову

$$\Delta x_a(t) = D e^{p_m t}. \quad (4.13)$$

Інші дійсні та комплексні корені характеристичного рівняння (для систем стабілізації постійного завдання) мають незрівнянно більшу дійсну частину і зумовлюють додаткові, порівняно швидко затухаючі, що впливають лише на початкову ділянку перехідного процесу. Тому можна приблизно прийняти, що, починаючи з моменту часу t_0 , перехідний процес в системі стабілізації визначається лише двома складовими (4.12) і (4.13) і що

$$\Delta x(t) \approx Ae^{\beta t} \cos(\omega t + \varphi) + De^{p_M t} \quad (\text{при } t > t_0). \quad (4.14)$$

Для роздумів про відносний вплив на перехідний процес його основних складових, в таблицях наведені значення параметру

$$\lambda = \frac{p_M}{\beta} = -\frac{p_M \tau}{mb}.$$

За наведеними в таблицях значеннями K і C може бути обчислений лінійний інтегральний показник якості

$$I_0 = \int_0^{\infty} h(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Phi(s)}{s},$$

де $\Phi(s)$ - передаточна функція замкненої системи по відношенню до збурюючого впливу приведенного до регулюючого каналу.

Для систем зі стійкими об'єктами

$$I_0 = \frac{k_M T_i}{k_M k_P} = \frac{k_M \tau_c}{k} = \frac{ac}{k} k_M T_a = i k_M T_a. \quad (4.15)$$

В таблицях настройок регуляторів стійких об'єктів також наведені знайдені розрахунковими методами значення величини

$$i_M \approx \frac{\int_0^{\infty} |h(t)| dt}{k_M T_a}, \quad (4.16)$$

які можуть бути використані для приблизної оцінки абсолютно інтегрального показника якості

$$I_A = \int_0^{\infty} |h(t)| dt.$$

4.5. Вибір оптимальних налаштувань

Як видно із таблиць, налаштування, що дають необхідне затухання коливаючої складової перехідного процесу, можуть бути вибрані в достатньо широкому діапазоні частот. Але, отримані перехідні процеси за іншими показниками далеко не рівноцінні.

При виборі налаштувань в області мінімальних частот величина $\lambda = P_M/b$ значна, аперіодична складова перехідного процесу приходить до нуля значно швидше згинаючої коливаючої складової і в сумарному процесі коливання практично затухають відносно осі абсцис, тобто рівня регулюємої величини відповідного завдання.

З ростом частоти величина λ зменшується, аперіодична складова затухає все менше і в сумарному процесі коливання ідуть вже відносно цієї аперіодичної складової, піднімаючись своєю більшою частиною над віссю абсцис.

При частоті, що приблизно відповідає значенню $\lambda=1$, перехідний процес повністю “підіймається” над віссю абсцис і перестає бути закономірним. Починаючи з цієї частоти і вище $I_I=I_0$.

Гранична частота досягається при $c = T_i/\tau \approx \infty$ і $\lambda=0$. В цьому випадку регулятор стає пропорційним і перехідний процес закінчується зі статичною помилкою.

Приведені в таблицях значення i_m при $\lambda \leq 1$ округлені, а при значеннях $\lambda > 1$ знайдені приблизними методами і, з ростом λ їхня точність зменшується. Вони дозволяють орієнтувати налаштування на досягнення мінімуму абсолютного інтегрального показника якості, змінюючи не лише розрахункову частоту, але і задані показники коливаючості.

Таблиці також дозволяють орієнтувати налаштування на заданий час практичного закінчення перехідного процесу. При малих робочих частотах протяжність перехідного процесу визначається основним чином його коливаючою складовою.

Поставивши умову, щоб ордината згинаючої коливаючої складової до моменту часу t_k зменшилась в ξ_K разів по відношенню до її початкового значення з рівняння

$$Ae^{\beta t_k} = A \cdot e^{-\frac{mb}{\tau} t_k} = \frac{A}{\xi_K}$$

можна знайти розрахункову частоту

$$b_K = \frac{\tau \cdot \ln \xi_K}{m \cdot t_K},$$

й відповідні їй настройки.

При великих робочих частотах якість перехідного процесу визначається, головним чином, його основною аперіодичною складовою. Оптимальну настройку можна, наприклад, шукати, поставивши вимогу, щоб до деякого моменту часу t_a основна аперіодична складова зменшилась в ξ_a разів порівняно з її початковим значенням, тобто із рівняння

$$De^{F_m t} = \frac{D}{\xi_a}.$$

Звідси

$$p_m = \frac{\ln 1/\xi_a}{t_a} = -\frac{mb\lambda}{\tau}$$

і необхідне значення комплексу

$$b \cdot \lambda = \frac{\ln \xi_a}{m \cdot t_a} \cdot \tau.$$

Склавши допоміжний графік залежності $b\lambda$ від b , можна знайти значення приведеної частоти b_a при якій досягається необхідний час t_a і потім відповідні параметри k і c .

Далі за формулою

$$\xi_K = \frac{1}{e^{\beta t_a}} = e^{\frac{mbt_a}{\tau}}$$

можна перевірити у скільки разів до даного моменту часу зменшується ордината згинаючої основної коливальної складової процесу.

Наявні в таблицях дані для можливих настройок, що відрізняються від оптимальних в ту чи іншу сторону, що дозволяє, шляхом складення допоміжних графіків, оцінювати очікуване погіршення якості АСР при зміні властивостей об'єкта регулювання, наприклад, при зміні його навантаження. Це дає можливість вибирати настройки так, щоб відхилення від розрахункового режиму викликало найменше погіршення якості.

5. Вибір настройок ПІ-регулятора за методикою Копеловича

Методика Копеловича дає можливість виконання вимоги до якості перехідного процесу регулювання шляхом попереднього вибору типу регулятора. На практиці часто будують обмежені максимальні динамічні відхилення регульованих величин від заданого значення $\Delta x_{m1} \leq \Delta x_{don}$ і часу регулювання $t_p \leq t_{pdon}$. А. П. Копелович запропонував номограми для визначення необхідного типу регулятора за динамічним коефіцієнтом регулювання:

$$R_d = \frac{\Delta x_{m1}}{k_N \Delta N}. \quad (5.1)$$

Крива розгону апроксимується подібно до методики Кона, але більш спрощено, тобто вважається, що будь-який стійкий складний об'єкт можна представити у виді чистого запізнення та інерційної ланки 1-го порядку:

$$W_M(s) = \frac{k_M e^{-\tau_0 s}}{Ts + 1}. \quad (5.2)$$

Залежно від відношення τ/T об'єкта, де τ - час повного запізнення, а T - постійна часу об'єкта, обробляється крива розгону. Для остаточного вибору типу регулятора виконується перевірка відповідності щодо допустимого часу регулювання.

У методиці Копеловича прийнято три типові перехідні процеси регулювання: аперіодичний, перехідний процес з 20 % перерегулюванням та перехідний процес з мінімальною квадратичною похибкою $\min \int x^2 \cdot dt$. Для визначення відповідності перехідного процесу щодо m та Ψ необхідно користуватись таблицею 5.1.

На рис. 5.1 показано приклад апроксимації кривої розгону стійкого об'єкта за методикою Копеловича.

Таблиця 5.1 - Значення m та Ψ відповідно до типу перехідного процесу

Тип перехідного процесу	m	Ψ
$\min \int x^2 \cdot dt$	0,22	0,75
20 % перерегулювання	0,37	0,90
аперіодичний	0,48	0,96

Для прийнятого типового процесу і ПІ-регулятора номограми Копеловича [2] дозволяють визначити по відношенню τ/T настройки k_p та T_i . Отримані настройки необхідно порівняти з отриманими раніше в попередніх розділах та перевірити за показниками якості перехідних процесів регулювання.

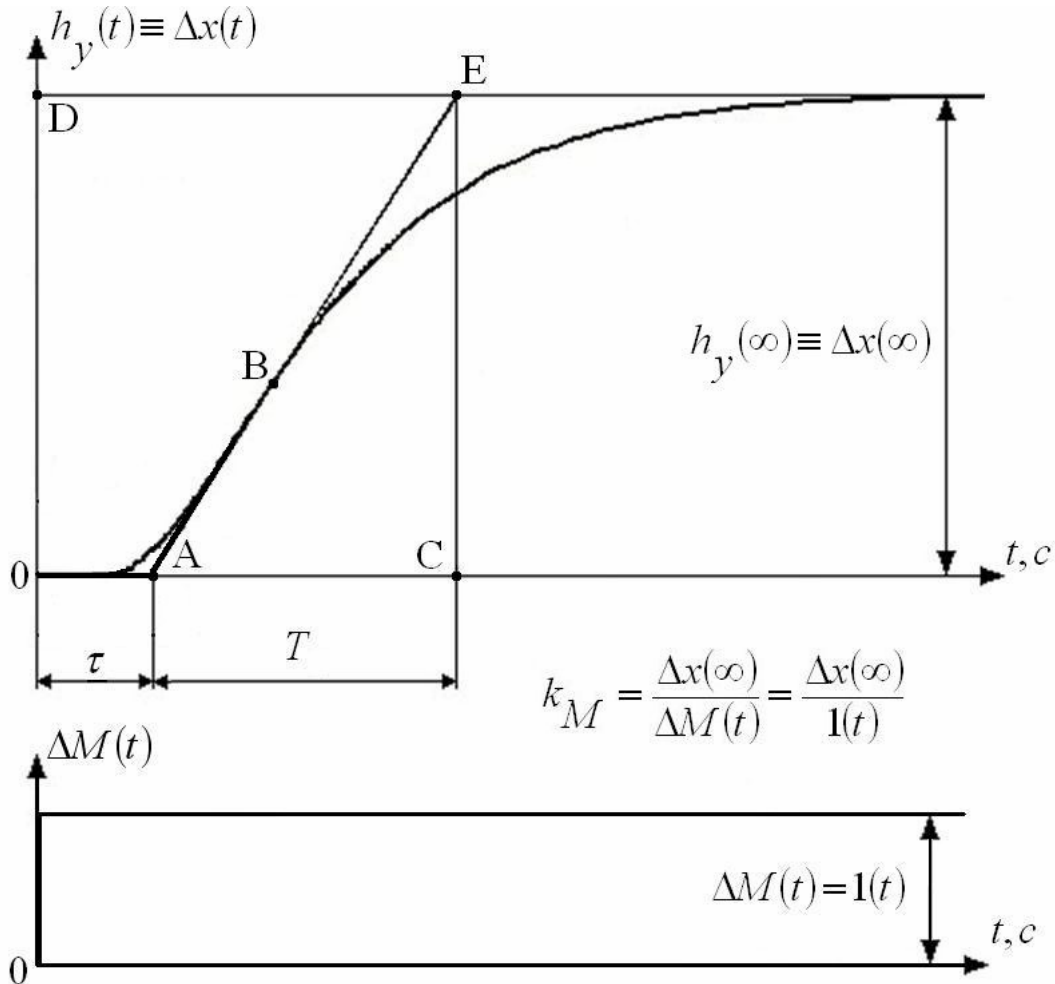


Рисунок 5.1 – Апроксимація графіка перехідної функції стійкого об'єкта за методикою Копеловича

6. Порядок виконання курсової роботи

Робота виконується відповідно до структури технічного завдання (Розд. 1). Контроль виконання курсової роботи здійснюється керівником відповідно до календарного графіка.

Кожен студент виконує роботу за індивідуальним завданням, вихідні дані беруться з табл. 6.1. Варіант завдання обирається відповідно до порядкового номера студента в списку групи. Всі інші компоненти завдання не відрізняються.

Перед виконанням роботи студент зобов'язаний підготувати вихідні дані та опрацювати теоретичний матеріал.

Таблиця 6.1 – Варіанти завдання до курсової роботи

Варіант	Параметри об'єкта управління				Кореневий показник коливальності m	Збурення ΔN	Додаткове завдання керівника
	k_M	τ	T_1	T_2			
	од. вим.	с	с	с		од. вим.	
1	0,6	4	30	10	0,22	100	
2	0,8	5	35	11	0,37	90	
3	1,0	6	40	12	0,48	80	
4	1,2	7	45	13	0,22	70	
5	1,4	8	50	14	0,37	60	
6	1,6	9	30	15	0,48	50	
7	1,8	10	35	10	0,22	40	
8	2,0	11	40	11	0,37	30	
9	2,2	12	45	12	0,48	100	
10	2,4	13	50	13	0,22	90	
11	2,6	4	30	14	0,37	80	
12	2,8	5	35	15	0,48	70	
13	3,0	6	40	10	0,22	60	
14	3,2	7	45	11	0,37	50	
15	3,4	8	50	12	0,48	40	
16	0,6	9	30	13	0,22	30	
17	0,8	10	35	14	0,37	100	
18	1,0	11	40	15	0,48	90	
19	1,2	12	45	10	0,22	80	
20	1,4	13	50	11	0,37	70	
21	1,6	4	30	12	0,48	60	
22	1,8	5	35	13	0,22	50	
23	2,0	6	40	14	0,37	40	
24	2,2	7	45	15	0,48	30	
25	2,4	8	50	10	0,22	100	
26	2,6	9	30	11	0,37	90	
27	2,8	10	35	12	0,48	80	
28	3,0	11	40	13	0,22	70	
29	3,2	12	45	14	0,37	60	
30	3,4	13	50	15	0,48	50	

7. Оформлення роботи

Робота оформляється відповідно до діючих стандартів на листах формату А4. Приблизний обсяг пояснювальної записки становить 25 – 35 сторінок рукописного тексту. Записка повинна мати обкладинку, титульний лист, зміст, логічно зв'язаний текст, ілюстрований необхідними рисунками та графіками. Записка завершується висновками та списком використаної літератури.

Перелік обов'язкових рисунків та графіків відповідає наведеному в розд. 2 даного посібника.

До захисту робота подається у вигляді брошури після перевірки та підпису керівника.

Таблиця 7.1 – Приклад зведеної таблиці основних результатів курсової роботи

Спосіб визначення настройок	Основні результати								
	k_p	T_i	m	Δx_{m1}	Δx_{m3}	Ψ	t_p	C	γ
Метод розширеної КЧХ									
Метод Кона									
Метод Копеловича									

Література

1. Л. И. Кон. Методические указания и таблицы для выбора настроек ПИ-и П-регуляторов в одноконтурных системах регулирования тепловых объектов с запаздыванием. – Одесса: ОПИ, 1975.
2. Климовицкий М. Д., Копелович А. П. Автоматический контроль и регулирование в черной металлургии: Справочник – М.: Металлургия, 1967.
3. Голубничий Н. И., Зайцев Г. Ф. и др. Беседы по автоматике/ 2-е изд. – К.: «Техніка», 1973 – 236.
4. Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования: Уч. пос. для вузов. – М.: Машиностроение, 1985. – 536.

Здано в набір 25.05.2010 Підписано до друку 27.05.2010
Формат 60х90/8 Зам. № 4171
Тираж 75 прим. Обсяг 1,759друк. арк.
Віддруковано на видавничому устаткуванні фірми RISO
у друкарні редакційно-видавничого центру ОНАЗ ім. О.С. Попова
м. Одеса, вул. Старопортофранківська, 61
Тел. 720-78-94
ОНАЗ, 2010