

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ
З НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«Моделі та методи прийняття рішень в комп'ютерних системах»**

для студентів спеціальності 123 "Комп'ютерна інженерія"
денної та заочної форм навчання

Зміст

Змістовий модуль 1. Теоретичні основи вибору альтернатив

Лекція 1. Загальні аспекти прийняття рішень

Лекція 2. Бінарні відношення та механізми прийняття рішень

Лекція 3. Емпіричні методи прийняття рішень експертами. Якісні характеристики експертів

Лекція 4. Експертне оцінювання

Змістовий модуль 2. Моделі, методи та алгоритми прийняття рішень

Лекція 5. Моделі та методи прийняття рішень за умов багатокритеріальності

Лекція 6. Прийняття рішень методом аналітичної ієрархії

Лекція 7. Концепція корисності та раціональний вибір

Лекція 8. Моделі та методи прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності та ризику

Змістовий модуль 1. Теоретичні основи вибору альтернатив

Лекція 1. Загальні аспекти прийняття рішень

Мета вивчення теми – освоєння концепції теорії прийняття рішень: об'єкта, предмета, основних понять теорії прийняття рішень.

Основні питання:

- 1.1. Концепція прийняття рішень. Основні поняття і визначення.
- 1.2. Класифікація задач прийняття рішень.
- 1.3. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності.
- 1.4. Задачі прийняття рішень в умовах ризику.
- 1.5. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності.
- 1.6. Методи теорії дослідження операцій при прийнятті рішень.
- 1.7. Приклади задач прийняття рішень в умовах визначеності.

Професійні компетенції: знання головних принципів і правил формалізації складних ситуацій при прийнятті рішень, головних понять теорії прийняття рішень, різниці між задачами прийняття рішень в умовах визначеності, ризику, невизначеності, використання методів теорії дослідження операцій при прийнятті рішень; розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій щодо організації і технології побудови процедур підготовки та прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів інформаційних технологій.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз, інформатика та комп'ютерна техніка, програмування.

1.1. Концепція прийняття рішень. Основні поняття і визначення

Задача прийняття рішень (ЗПР) – одна з найпоширеніших у будь-якій предметній області. Її вирішення зводиться до вибору однієї або декількох альтернатив з деякої множини. Вибір можливий тільки на підставі вибраних: мети, альтернатив, критеріїв вибору.

Питаннями розробки загальних методів і моделей аналізу ситуацій і прийняття рішень займається математична дисципліна теорія прийняття рішень (ТПР).

Об'єктом дослідження ТПР є ситуація прийняття рішень, або так звана проблемна ситуація (ПС).

Предметом дослідження ТПР є загальні закономірності вироблення рішень у проблемних ситуаціях, а також закономірності, властиві процесу моделювання основних елементів проблемної ситуації.

Основним призначенням ТПР є розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій щодо організації і технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень у складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів (у першу чергу, комп'ютерних систем).

Методологічну основу ТПР складають елементи системного підходу, які реалізуються в елементах наукової бази системного аналізу.

Системний аналіз – це сукупність конкретних, методичних підходів, практичних методів і алгоритмів, які мають практичну спрямованість та дозволяють реалізувати теоретичні концепції і головні ідеї системного підходу в рамках соціально-економічних, екологічних, технічних проблем.

В основі сучасної ТПР лежить комплексна концепція прийняття рішень, яка вимагає врахування всіх істотних аспектів проблемної ситуації і раціональної інтеграції як логічного мислення й інтуїції людини, так і математичних і технічних засобів.

Згідно з цією концепцією прийняття рішення – це свідомий вибір з ряду варіантів (альтернатив).

Вибір – дія, що дозволяє організувати цілеспрямовану діяльність людини.

Рішення – результат вибору, який реалізований у певній нормативно-правовій формі (порада, рекомендація, наказ, програма і т. п.).

Прийняття рішень – процедура вибору альтернативи із заданої множини на підставі певного критерію або безлічі критеріїв.

Альтернатива – кожна з двох або більше можливостей, таких, що виключають одна одну.

Критерій – (від грецького – засіб для вислову думок) ознака, на підставі якої проводиться оцінка, визначення або класифікація чого-небудь; мірило оцінки.

Особа, яка приймає рішення (ОПР) – це людина (або група осіб), які володіють правами вибору рішення і несуть відповідальність за його наслідки. Окрім нього в цьому процесі беруть участь такі категорії фахівців.

Власник проблеми, який, на думку оточуючих, повинен вирішувати проблему, і несе повну відповідальність за результат її рішення.

Це може бути керівник компанії, фірми, головний інженер, головний технолог і т. д. Він не є особою, яка фактично ухвалює рішення.

Керівник активної групи – керівник групи фахівців, що мають загальні інтереси і прагнуть зробити вплив на процес вибору.

Експерт – професіонал у своїй проблемній області. Слово латинського походження і означає "досвідчений".

Консультант щодо ухвалення рішень – координатор процесу прийняття рішень.

ОПР організує всі процедури прийняття рішень із залученням вказаних фахівців і ухвалює рішення.

Прийняття рішення полягає у виконанні послідовності таких процедур:

- 1) аналіз проблеми, вибір мети, задля якої проводиться вибір;
- 2) оцінка ступеня узгодженості мети (від повної узгодженості до повної суперечності);
- 3) формулювання множини альтернатив, з яких здійснюється вибір;
- 4) аналіз і оцінка наслідків реалізації кожної з альтернатив;

- 5) формулювання критерію порівняння, тобто правила, за допомогою якого визначається перевага альтернатив;
- 6) визначення режиму вибору: однократний або багатократний;
- 7) оцінка ситуації, в якій проводиться вибір (визначеність або невизначеність, її вигляд);
- 8) визначення типу відповідальності (індивідуальна або групова);
- 9) реалізація вибраного варіанта дій (результату, рішення).

Вибір критерію є складним, відповідальним завданням. Проте об'єктивно існують критерії, без яких практично неможливо оцінювати перевагу результатів будь-якої економічної або комерційної операції.

Це такі критерії, як: час, витрати, прибуток, ефективність.

Показник або оцінка критерію – значення, які приймає критерій і які відображають у свідомості ОПР ступінь переваги або непереваги тих або інших властивостей результату операції. Оцінки критерію виражаються в прийнятих для їх вимірювання спеціальних шкалах. Розрізняють дві частини теорії прийняття рішень: формальну і прагматичну (психологічну). Перша пов'язана з дослідженням технології прийняття рішень у пошуках відповіді на питання "Як необхідно приймати рішення?". Друга досліджує питання про те, як люди на практиці приймають рішення, і які при цьому скоюють помилки. При прийнятті рішень, перш за все, необхідно сформулювати модель проблемної ситуації, тобто сформулювати задачу прийняття рішення (ЗПР).

1.2. Класифікація задач прийняття рішень

Традиційний підхід до класифікації задач прийняття рішень заснований на безлічі ознак, що характеризують кількість і якість доступної інформації. При цьому задачі прийняття рішень представляють таким кортежем:

$\langle T, A, K, X, F, G, D \rangle$,

де T – постановка задачі (наприклад, синтезувати і вибрати якнайкращий варіант системи в значенні її функціональних властивостей; виявити найінформативніші параметри функціонування системи для оптимального управління; вибрати якнайкращу альтернативу із значень параметрів функціонування системи для стабілізації її роботи);

A – безліч допустимих альтернатив для реалізації певних функцій або функціональних властивостей системи;

K – безліч критеріїв вибору (множина може включати один (скалярний) критерій або може містити декілька критеріїв (векторний критерій). Відповідно до цього задачі прийняття рішень поділяють на задачі з скалярним критерієм і задачі з векторним критерієм або багатокритеріальні задачі;

X – безліч методів вимірювання переваг альтернатив (використання номінальної – класифікаційної шкали; використання рангової шкали; використання кількісної шкали; експертна оцінка за допомогою коментарів; експериментальна оцінка; оцінка на основі продукційних правил);

F – відображення безлічі допустимих альтернатив, що реалізують функції, в безліч критеріальних оцінок. Відображення A в K може бути детермінованим; вірогіднісним; невизначеним. Відповідно до цього задачі ділять на задачі в

умовах визначеності, в умовах ризику, в умовах невизначеності;

G – система переваг вирішального елемента (ОПР) (формування переваг однією особою або колективом). Відповідно до цього розрізняють: задачі індивідуального і задачі колективного прийняття рішень;

D – вирішальне правило, що відображає систему переваг вирішального елемента. Відповідно до різних варіантів відображень A в K розрізняють такі класи задач прийняття рішень.

1.3. Задачі прийняття рішень в умовах визначеності

До цього класу відносяться задачі, для вирішення яких є достатня і достовірна кількісна інформація. В цьому випадку застосовуються методи математичного програмування. Умовами застосування цих методів є такі:

1. Задача добре формалізована, тобто існує адекватна математична модель реального світу.
2. Існує єдина цільова функція (критерій оптимізації), що дозволяє судити про якість порівнюваних альтернативних варіантів.
3. Існує можливість кількісної оцінки значень цільової функції.
4. Задача має певні ступені свободи (ресурси оптимізації) – параметри функціонування системи, які можливо змінювати в деяких межах у цілях поліпшення значення цільової функції.

1.4. Задачі прийняття рішень в умовах ризику

Мають місце, коли існує можливість описати настання того або іншого результату з певною вірогідністю. Такі задачі називають задачами прийняття рішень в умовах ризику. Для побудови розподілу вірогідності настання результатів необхідно мати представницьку статистику результатів спостережень або знання експертів. Звичайно для їх вирішення застосовуються методи одновимірної або багатовимірної корисності. Ці задачі займають проміжне становище між задачами в умовах визначеності і невизначеності.

1.5. Задачі прийняття рішень в умовах невизначеності

Ці задачі мають місце, коли інформація, необхідна для прийняття рішень, є неточною, неповною, не кількісною, багатокритеріальною, а формальні моделі досліджуваної системи дуже складні, або відсутні.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст понять "вибір", "рішення", "проблемна ситуація", "прийняття рішень", "альтернатива", "критерій", "ОПР".
2. Пояснити ролі учасників процесу прийняття рішень: "власник проблеми", "керівник активної групи", "експерт", "консультант по ухваленню рішень".
3. Пояснити послідовність процедури прийняття рішень.
4. Навести класифікацію задач прийняття рішень.
5. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах визначеності".
6. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах визначеності".
7. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах ризику".
8. Розкрити зміст поняття: "прийняття рішень в умовах невизначеності".

Лекція 2. Бінарні відношення та механізми прийняття рішень

Мета вивчення теми – освоєння загальних принципів: відмінності тривіальних задач від нетривіальних задач і механізмів прийняття рішень; структуризації альтернатив методами: ранжирування, завдання функції переваги, завдання функції вибору, парним порівнянням.

Основні питання:

- 2.1. Вибір і нетривіальність задач прийняття рішень.
- 2.2. Загальні принципи структуризації альтернатив.
- 2.3. Некритеріальне структурування альтернатив.
- 2.3.1. Метод "порівняльної переваги" елементів.
- 2.3.2. Метод "рядкових сум".
- 2.3.3. Метод безпосередньої оцінки альтернатив.

Професійні компетенції:

знання принципів і правил вибору та застосування на практиці загальних принципів структуризації альтернатив методами: ранжирування, завдання функції переваги, завдання функції вибору, парним порівнянням.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

2.1. Вибір і нетривіальність задач прийняття рішень

Необхідною умовою існування задач прийняття рішень є наявність декількох допустимих альтернатив. При наявності однієї альтернативи задача прийняття рішень не має сенсу.

Задача прийняття рішень називається тривіальною, якщо вона характеризується одним критерієм K та всім альтернативам A_i приписані конкретні числові оцінки відповідно до значень вказаного критерію.

На практиці доводиться вирішувати багатокритеріальні задачі, оскільки при оцінці дійсно складних ситуацій рідко вдається обійтися одним критерієм. Наприклад, при оцінці діяльності торгового підприємства розглядаються такі важливі приватні результати, як: об'єм продажів, витрати зберігання товарів, прибуток, оборотність засобів та ін. Саме на значеннях цих результатів будують критерії. Одні з них (наприклад, прибуток) бажано максимізувати, інші (наприклад, витрати зберігання) – мінімізувати. Як правило, в цьому значенні критерії ефективності рішення завжди суперечливі. В результаті виявляється, що не існує рішення, якнайкращого одночасно за всіма критеріями. Наприклад, фірма не може отримати максимальний дохід при мінімальних витратах.

Задача прийняття рішень перестає бути тривіальною, якщо при одному критерії кожній альтернативі відповідає не точна оцінка (рис. 2.1), а інтервал можливих оцінок (рис. 2.2), що створює умови невизначеності.



Рис. 2.1. Вибір альтернативи при одному критерію і точній числовій оцінці значень альтернатив

Якщо при одному критерію кожній альтернативі відповідає розподіл $f(K/A_i)$ на значеннях вказаного критерія, то створюються умови ризику.

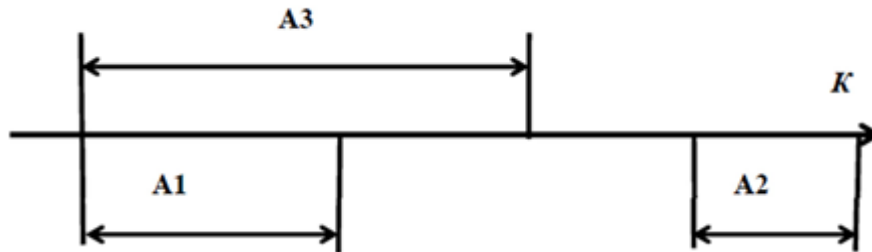


Рис. 2.2. Вибір альтернативи при одному критерію та оцінці

Наявність невизначених чинників, особливо в поєднанні з багатокритеріальністю, істотно ускладнює прийняття рішень. Навіть якщо діє найбільш вивчений у теоретичному відношенні чинник – випадковість, і навіть якщо задача однокритеріальна, то прийняти рішення не просто, оскільки потрібно враховувати відношення ОПР до ризику, до можливості понести втрати або збитки через несприятливий збіг обставин.

Для випадку з іншими по своїй природі невизначеностями (поведінкової, природної) ситуація прийняття рішення ще більш ускладнюється. Наприклад, частка на ринку збуту, на яку може розраховувати ОПР, часто є невизначеною. На "суміжних сегментах" ринку конкуренти, як правило, переслідують власну мету, часто невідому ОПР, що робить процес вироблення рішення надзвичайно складним. Таким чином, нетривіальними є задачі прийняття рішень в умовах наявності багатьох критеріїв, ризику та невизначеності.

2.2. Загальні принципи структуризації альтернатив

Основою прийняття рішень щодо варіантів рішень або вибору тих або інших альтернатив є їх порівняння або опис переваг ОПР.

Нижче приведені найпоширеніші з цих способів.

Ранжирування об'єктів – представлення елементів множини у вигляді послідовності в порядку убутання (або незростання) їх переваги. При цьому не оговорюють "на скільки" один елемент переважає інший. А

Ранжирування дозволяє вибрати з досліджуваної сукупності чинників найістотніший.

Завдання функції переваги або безпосереднє оцінювання – кожному об'єкту ставиться відповідно деяке число, наприклад, оцінка його якості в балах. Наприклад, оцінка студента на іспиті.

Завдання функції вибору $X^*=F(X)$, яка для будь-якої підмножини X множини A ($X \in A$) дає підмножину ($X^* \in X$) кращих, з погляду ОПР, елементів множини X .

Наприклад, функція мети в оптимізаційних задачах теорії дослідження операцій.

Парне порівняння – це встановлення переваги об'єктів при порівнянні всіх можливих пар.

Тут не потрібно, як при ранжируванні, упорядковувати всі об'єкти. Необхідно в кожній з пар виявити більш значущий об'єкт або встановити їх рівність. При використанні методу частіше за все складається матриця розміром $n \times n$, де n – кількість порівнюваних об'єктів, яку називають бінарним відношенням.

Розрізняють парне порівняння альтернатив без використання критеріїв і з використанням критеріїв. У даному розділі розглядається варіант парного порівняння без використання критеріїв.

2.3. Некритеріальне структурування альтернатив

Хай ϵ сукупність об'єктів (наприклад, варіанти стратегій, результати, предмети і т. п.) і ϵ ОПР, для якого дані об'єкти не рівнозначні, тобто ОПР володіє деякою системою переваг на цій множині. Ці переваги можна описати різними способами.

2.3.1. Метод "порівняльної переваги" елементів

При цьому задають порівняльну перевагу для кожної пари елементів a і b у вигляді:

а) "віддати перевагу a перед b ", або $a > b$ б) "віддати перевагу b перед a ", або $b > a$ в) " a і b мають рівну перевагу", або $a = b$ г) " a і b незрівнянні".

Множина пар вигляду $\langle x, y \rangle$, для яких правильно: "віддати перевагу x перед y ", називається бінарним відношенням строгої переваги P .

Пари $\langle x, y \rangle$, із рівною перевагою елементів утворюють бінарне відношення байдужості I .

Пари $\langle x, y \rangle$ незрівнянних елементів складають множину N – бінарне відношення незрівнянності за перевагою.

У теорії прийняття рішень звичайно передбачається, що множини, на яких задаються відношення переваги, складаються з більш, ніж 2-х елементів – принцип парнодомінантності.

Наприклад, порівняння альтернатив множини $\{a, b, c, d, e\}$ де, $(c > d > a = e > b)$ призводить до нестрогої ранжировки, яка з номерами рангів має такий вигляд (табл. 2.1).

Таблиця 2.1

Приклад нестрогого ранжирування

№ рангу	Альтернатива
1	c
2	d
3	a, e
4	b

У результаті отримано структуровану множину без використання поняття

"критерій".

Але не завжди можна виконати таке ранжирування. Наприклад, результат порівняння альтернатив $\{a, b, c, d, e\}$ такий: $a > b$, $a > c$, $a = c$, $a = d$, $b > c$, $c > d$, $d > e$

Ці результати подано на рис. 2.3.

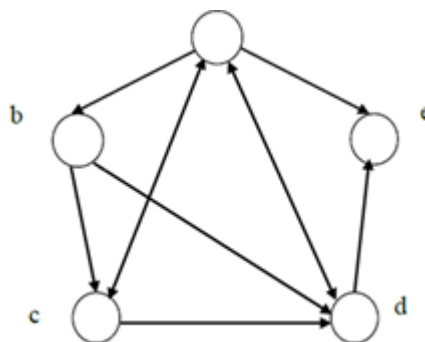


Рис. 2.3 Нестроге ранжування

Такий варіант можливий, коли порівняння альтернатив виконують різні експерти.

Існує безліч варіантів перетворення подібних структур у ранжировку.

Найбільш часто зустрічається метод "рядкових сум".

2.3.2. Метод "рядкових сум", матриця парних порівнянь

Для реалізації методу будують матрицю парних порівнянь альтернатив (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

Ранжирування альтернатив за рядковою сумою

Альтернативи	a	b	c	d	Сума в рядку	Ранг альтернатив
A	-	1	0	1	2	1
B	1	-	$\frac{1}{2}$	1	1,5	2
C	1	$\frac{1}{2}$	-	0	1,5	2
D	0	0	1	-	1	3

Матриця заповнюється таким чином:

1 означає, що альтернатива з ім'ям рядка краще за альтернативу з ім'ям стовпця;

0 означає, що альтернатива з ім'ям рядка гірше за альтернативу з ім'ям стовпця;

$\frac{1}{2}$ означає, що альтернатива з ім'ям рядка рівна альтернативі з ім'ям стовпця.

Альтернативи ранжируються по значенню рядкової суми (табл. 2.2). Одна з можливих модифікацій методу полягає в такому:

1. складається матриця бінарних переваг, в якій перевага альтернатив виражається за допомогою булевих змінних;
2. визначається ранг кожної альтернативи шляхом підсумовування булевих змінних за відповідним рядком матриці.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "Тривіальна задача прийняття рішень".
2. Розкрити зміст поняття "Нетривіальна задача прийняття рішень".
3. Розкрити зміст поняття "Багатокритеріальна задача прийняття рішень".
4. Розкрити зміст поняття "Ранжирування об'єктів при прийнятті рішень".
5. Розкрити зміст поняття "Строга і нестрога ранжировки об'єктів" при прийнятті рішень.
6. Розкрити зміст поняття "Функція переваги" при прийнятті рішень.
7. Розкрити зміст поняття "Функція вибору" при прийнятті рішень.
8. Розкрити зміст поняття "Парне порівняння".
9. Розкрити зміст поняття "Бінарне відношення" при прийнятті рішень.
10. Розкрити зміст поняття "Метод рядкових сум" при прийнятті рішень.
11. Розкрити зміст поняття "Метод безпосередньої оцінки" при прийнятті рішень.

Лекція 3. Емпіричні методи прийняття рішень експертами. Якісні характеристики експертів

Мета вивчення теми – освоєння основних методів прийняття рішень в умовах недостатності інформації для прийняття рішення. Ознайомлення із методами експертної оцінки.

Основні питання:

- 3.1 Додаткові методи пошуку показників для прийняття рішення.
- 3.2 Поширені групи методів прийняття рішень.
- 3.3 Метод зваженої суми оцінок критеріїв.
- 3.4 Метод Дельфі.
- 3.5 Якісні характеристики експертів.

Професійні компетенції:

знання принципів і правил відбору експертів для проекту; а застосування на практиці принципів структуризації та аналізу оцінок експертів: метод зваженої суми оцінок критеріїв, метод Дельфі, метод дерев рішень.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

Ключові терміни: тривіальна і нетривіальна задачі прийняття рішень, ранжирування, функція переваги, функція вибору, парне порівняння, бінарне відношення, метод "рядкових сум", метод "безпосередньої оцінки".

3.1 Додаткові методи пошуку показників для прийняття рішення

В процесі оцінювання ефективності складних систем дуже часто чинники, які слід враховувати є настільки нові й складні, що достатня інформація оцінювання про них відсутня, а ймовірність того чи іншого результату не можна обчислити статистичними методами.

Стикаючись з потребою оцінити стан функціональності складної системи та прийняти рішення в поточній ситуації, можна спробувати дістати додаткову інформацію, ще раз проаналізувавши проблему. Для отримання більш об'єктивної оцінки у такому випадку застосовується метод експертних оцінок.

Кваліфіковані експерти здатні вивести проблему пошуку рішення з розряду невизначеності до розряду стохастики, надавши проблемі вибору наукової та практичної обґрунтованості.

На практиці є доцільним, щоб експерти дали свої оцінки ймовірностей виникнення певних подій, на підґрунті яких можна було б відшукати середні значення експертних оцінок і на їх підставі побудувати криву розподілу суб'єктивних ймовірностей. Наприклад, за допомогою експертних оцінок потрібно знайти показники найбільш імовірних, допустимих, критичних і катастрофічних збитків, маючи на увазі як їх обсяги, так і відповідні суб'єктивні ймовірності.

Експертний метод можна реалізувати, опрацювавши судження досвідчених фахівців. Бажано, щоб експерти супроводжували свої оцінки даними щодо ймовірності виникнення різних значень (обсягів чи відсотків).

Експерт відіграє роль певного приладу, який або робить пріоритетний вибір,

або встановлює логічний зв'язок, що об'єктивно існує між причиною і наслідком. Таким чином, суб'єктивна ймовірність дає змогу встановити зв'язок між невизначеністю та випадковістю.

3.2 Поширені групи методів прийняття рішень

Не деталізуючи численні методи прийняття рішень, що стосуються даного класу задач, подамо загальні характеристики деяких поширених груп методів.

Аксіоматичні методи. Ці методи ґрунтуються на побудові функції корисності суб'єкта управління. Формулюють твердження щодо виду функції корисності, а також найважливіших її властивостей. Ці твердження називаються аксіомами. Всю інформацію, що її дістають від суб'єкта управління, розглядають як засіб перевірки гіпотези про вид функції корисності. За такого підходу кожний багатокритеріальний варіант рішення дістає оцінку корисності.

Прямі методи. Полягають у тому, що вид функції корисності від оцінок за багатьма критеріями задається без теоретичних обґрунтувань, а параметри цієї залежності або також задаються, або безпосередньо оцінюються суб'єктом управління.

Найпоширенішими з прямих методів є такі.

3.3 Метод зваженої суми оцінок критеріїв. Згідно з цим методом корисність багатокритеріального об'єкта дорівнює:

$$U = \sum m_i x_i, \quad (3.1)$$

де m_i - вага i -го критерію, що вимірюється за кількісною шкалою;

x_i - оцінка об'єкта за i -м критерієм ($i = 1, \dots, n$) також виміряна за кількісною шкалою.

3.4 Метод Дельфі

Є багатотуровою процедурою анкетування. Назва Дельфі (Дельфійського методу) запозичена з історії Дельфійського оракула.

У першому турі експертам пропонуються запитання, на які вони дають відповіді з метою виокремлення середнього, медіани і граничних значень оцінок. Експертам повідомляють результати обробки першого туру опитування, уточнюючи розміщення оцінок кожного експерта. Якщо оцінка експерта дуже відхиляється від середнього значення, то його просять аргументувати свою думку або змінити оцінку.

У другому турі експерти аргументують або змінюють свою оцінку з поясненням причин коригування. Результати обробляють і повідомляють експертам. Якщо після першого туру коригувались оцінки, то результати обробки другого туру містять нові середні та граничні значення оцінок експертів.

Наступні тури проводять за аналогічною процедурою. Звичайно після третього чи четвертого туру оцінки експертів стабілізуються, що і є критерієм припинення подальшого опитування.

Дослідження ефективності методу Дельфі показали, що з проведенням турів опитування розкид думок експертів зменшується і групова думка у вигляді медіани індивідуальних оцінок стає точнішою.

Щоб підвищити ефективність проведення експертизи за методом Дельфі, необхідно автоматизувати процес фіксування, обробки та повідомлення експертам інформації. Це досягається завдяки використанню ЕОМ.

3.4 Якісні характеристики експертів

Характеристики групи експертів визначаються на базі індивідуальних характеристик експертів: компетентності, креативності, конформізму, ставлення до експертизи, конструктивності мислення, колективізму, самокритичності.

Компетентність — це ступінь кваліфікації експерта в певній галузі знань, який можна визначити, проаналізувавши діяльність фахівця, рівень і широту ознайомленості з досягненнями світової науки та техніки, розуміння перспективи розвитку.

Креативність — це здатність розв'язувати творчі задачі. Досі, крім якісних суджень, що ґрунтуються на вивченні діяльності експертів, немає жодних точних способів оцінювання цієї характеристики.

Конформізм — це врахування впливу авторитетів. Особливо виразно конформізм може виявитись під час проведення експертизи у вигляді відкритих дискусій. Думка авторитетів пригнічує здатність осіб, що мають високий ступінь конформізму, виявити власне ставлення до проблеми.

Ставлення до експертизи — дуже важлива характеристика якості експерта при розв'язуванні даної проблеми. Негативне або пасивне ставлення фахівця до тієї чи іншої проблеми, зумовлене зайнятістю та іншими чинниками, істотно позначається на виконанні експертами своїх функцій. Тому участь в експертизі має розглядатись як планова робота.

Конструктивність мислення — це прагматичний аспект мислення. Експерт має пропонувати розв'язки з практичними властивостями. Урахування реальних можливостей розв'язання проблеми — дуже важливий чинник у проведенні експертного оцінювання.

Колективізм — це чинник, який має враховуватись під час проведення відкритих дискусій. Етика, поведінка людини в колективі істотно впливає на створення позитивного психологічного клімату і тим самим на успішність розв'язання проблеми.

Самокритичність експерта виявляється у самооцінюванні ступеня своєї компетентності, а також у прийнятті рішення з досліджуваної проблеми.

Питання для самоперевірки

1. Перелічіть та охарактеризуйте додаткові методи пошуку показників для прийняття рішення.
2. Які групи методів прийняття рішень є найпоширенішими?
3. Охарактеризуйте метод зваженої суми оцінок критеріїв.
4. Назвіть у чому полягає суть методу Дельфі?
5. Застосування методу дерева рішень.
6. Перелічіть та охарактеризуйте якісні характеристики експертів.

Лекція 4. Метризовані відношення. Експертне оцінювання

Мета вивчення теми – освоєння принципів використання різних шкал вимірювань при порівнянні альтернатив; освоєння ролі експертів і основних методів експертних оцінок.

Основні питання:

4.1. Кваліметрія в системі переваг якості альтернатив.

4.2. Шкала найменувань.

4.3. Шкала порядку (рангова шкала).

4.4. Шкала інтервалів.

4.5. Шкала відношень.

4.6. Абсолютна шкала.

4.7. Психометрична шкала Сааті.

4.8. Експертне оцінювання. Основні поняття методу експертних оцінок

Професійні компетенції: знання основних шкал вимірювань і методів експертних оцінок.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

4.1. Кваліметрія в системі переваг якості альтернатив

ОПР виконує порівняння альтернатив на основі певної системи переваг, яка залежить від шкали переваг. Залежно від того, по якій шкалі задані ці переваги, оцінки якості альтернатив містять більший або менший об'єм інформації і володіють різною здібністю до математичної формалізації.

Шкала – це інструмент (прийнята система правил) оцінки (вимірювання) якості яких-небудь об'єктів або явищ. Якість є якнайповнішою характеристикою будь-якого об'єкта. Якість – філософська категорія, що виражає істотну визначеність об'єкта у вигляді сукупності різних властивостей, що виявляються у взаємодії об'єкта із зовнішнім середовищем.

Показник властивості якості – кількісна характеристика (міра) властивості.

Кваліметрія – наука про оцінку якості об'єктів. Вимірювання – акт привласнення чисел об'єктам згідно з деякою системою правил. Для виконання вимірювань важливі три властивості чисел: тотожність, ранговий порядок, аддитивність.

Ці властивості виражаються такими дев'ятьма аксіомами. Тотожність.

1. Або $A=B$, або $A \neq B$ (два числа або тотожні, або відмінні).
2. Якщо $A=B$, то $B=A$ (відношення рівності симетрично).
3. Якщо $A=B$ і $B=C$, то $A=C$ (відношення рівності транзитивно).

Ранговий порядок.

4. Якщо $A > B$, то $B < A$.
5. Якщо $A > B$ і $B > C$ то $A > C$ Аддитивність.

6. Якщо $A=P$ і $B>0$, то $A+B>P$
7. $A+B=B+A$
8. Якщо $A=P$, $B=Q$, то $A+B=P+Q$.
9. $(A+B)+C=A+(B+C)$

Приведені аксіоми дозволяють визначити чотири рівні вимірювання (типи шкал):

- найменувань;
- порядку (рангова);
- інтервалів;
- відношень
- абсолютна шкала

4.2. Шкала найменувань

У шкалі найменувань числа використовуються як найменування об'єктів. Наприклад, шкалою найменувань є номери документів у проектній документації, номери телефонів, номери будинків на вулиці, номери гравців у команді і т. д. Шкала не допускає ніяких операцій з числами, по суті це якісна шкала, яка допускає деякі статистичні операції з даними: оцінку кількості індивідів у кожному класі, оцінку коефіцієнта кореляції і т. д.

4.3. Шкала порядку (рангова шкала)

Шкала порядку утворюється в результаті розташування об'єктів у порядку зростання або убуття міри певної властивості.

Ця шкала є "посиленою" порівняно зі шкалою найменувань через порівняння об'єктів за однією ознакою за принципом "Що більше (менше)" або "Що гірше (краще)".

Розрізняють шкали: простого, слабого, сильного порядку.

У шкалі простого порядку не виникають проблеми з порівнянням об'єктів.

У шкалі слабого порядку можуть мати місце випадки, коли "об'єкт А, щонайменше, так само добрий, як і В". Кожному елементу ряду в цих шкалах приписують числове значення (в порядку зростання або убуття) і допускаються статистичні операції отримання частот або мод. Обчислюються медіани, проценти, коефіцієнти рангової кореляції.

У шкалі сильного порядку експерт не тільки упорядковує об'єкти за якою-небудь ознакою або властивістю, а й указує силу цієї переваги, наприклад в межах $[0;1]$.

Прикладом може бути визначення журі переможців і призерів якого-небудь конкурсу. Тут експерти повинні вирішити, що учасник, який зайняв перше місце, виявився переважним (з погляду мети конкурсу) відносно учасника, що зайняв друге місце і т. д.

4.4. Шкала інтервалів

Шкала інтервалів побудована з рівномірних інтервалів і є більш сильною (порівняно зі шкалою порядку).

Наприклад, шкала часу розбивається на річні інтервали, шкала температур за Цельсієм розбита на інтервал температур в 1 градус. На будь-якій ділянці шкали однаковий інтервал означає однакову міру ознаки. Прикладом оцінки за інтервальною шкалою є оцінювання знань студентів під час проведення іспиту.

Тут експерт-викладач, оцінюючи рівень знань студентів, повинен не тільки вирішити, що один студент знає матеріал краще за інших, але сказати, на скільки краще. Вимірювання фактично проводиться за шкалою з дванадцяти балів. При цьому рівень знань, який відповідає нульовому балу (нульова точка) не відомий.

Вимірювання за інтервальною шкалою використовується при виставлянні експертами-суддями оцінок у таких видах спорту, як фігурне катання, стрибки у воду, художня і спортивна гімнастика.

4.5. Шкала відношень

Це шкала інтервалів, у якої початок відліку (нульова точка) збігається з нульовою мірою даної ознаки.

Це найсильніша зі всіх наведених шкал.

Наприклад, за шкалою Кельвіна початок відліку температури відповідає точці, в якій припинений тепловий рух (абсолютний нуль), друга реперна точка

– це точка танення льоду, яка на шкалі Цельсія (шкалі інтервалів) прийнята за нульовий відлік. Маса, довжина, електричний опір вимірюються по шкалі відношень.

Ці шкали застосовуються звичайно в технічних і фізичних науках.

4.6. Абсолютна шкала

Абсолютною є шкала, у якої є абсолютний нуль і абсолютна одиниця. Такою шкалою є послідовність натуральних чисел. Особливістю цієї шкали є її безрозмірність, що дозволяє виконувати над свідченнями цієї шкали такі операції, які недопустимі для свідчень інших шкал.

4.7. Психометрична шкала Сааті

(шкала експертного оцінювання пріоритетів або переваг)

Відомий американський фахівець з системного аналізу Т. Сааті запропонував шкалу відносної важливості або переваги одного об'єкта перед іншим. Причому оцінка виконується експертом або ОПР. Тому шкалу називають психометричною. Шкала дозволяє порівнювати чинники з різною кваліметричною основою. Одні чинники вимірюються в таких шкалах як шкала найменувань або рангова шкала, інші – в таких шкалах як шкала інтервалів або відносин. Крім того різні чинники, що вимірюються в сильних шкалах, можуть мати різну розмірність (метри, кілограми, секунди, гривні). Шкала Сааті дозволяє отримати раціональні співвідношення між чинниками різної природи. В табл. 4.1 наведено шкалу Сааті.

Таблиця 4.1

Психометрична шкала Сааті

Ступінь переваги одного об'єкта над іншим	Міра важливості (значущості) переваги
Рівна важливість (значущість). Немає переваг	1

Продовження таблиці 4.1

Слабка перевага за важливістю (значущістю). Слабка перевага	3
Істотна або сильна перевага за важливістю (значущістю). Сильна перевага	5
Дуже сильна або значна перевага за важливістю (значущістю). Дуже сильна перевага	7
Абсолютна перевага	9
Проміжна оцінка міри переваги між сусідніми значеннями	2, 4, 6, 8

4.8 Експертне оцінювання. Основні поняття методу експертних оцінок

Експертиза – процедура отримання оцінок від експертів.

1. Інтуїтивно-логічний аналіз задачі. Будується на логічному мисленні та інтуїції експертів, заснований на їх знанні і досвіді.
2. Рішення і видача кількісних або якісних оцінок.
3. Обробка результатів рішення. Отримані від експертів оцінки повинні бути оброблені з метою отримання підсумкової оцінки проблеми.

Основні форми проведення експертизи:

- 1) дискусія;
- 2) анкетування;
- 3) інтерв'ювання;
- 4) "мозковий штурм".
- 5) метод нарад.
- 6) метод сценаріїв.
- 7) метод "Дельфі"

Первагою методу "мозкової атаки" є висока оперативність отримання необхідного рішення. Основним недоліком його є складність організації експертизи, оскільки іноді неможливо зібрати разом необхідних фахівців.

Класичний метод прийняття рішення керівником шляхом проведення наради зі своїми підлеглими, в рамках якого кожний з підлеглих висловлює свою позицію з даного питання. Далі керівник зважує виказані аргументи і ухвалює рішення.

Метод "сценаріїв" є сукупністю правил по викладу письмових пропозицій фахівців з вирішуваної проблеми. Сценарій є документом, в якому міститься аналіз проблеми та пропозиції з її реалізації. Пропозиції спочатку пишуть експерти індивідуально, а потім вони узгоджуються і висловлюються у формі єдиного документа.

Етапи підготовки і проведення експертизи

- 1) формулювання мети експертного аналізу;
- 2) формування групи організаторів експертизи;
- 3) розробка процедур проведення експертної оцінки;
- 4) підбір експертів;
- 5) отримання експертних оцінок;
- 6) обробка результатів опиту і аналіз отриманих даних;
- 7) встановлення ступеня досягнення мети експертизи.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "кваліметрія".
2. Розкрити зміст поняття "шкала найменувань".
3. Розкрити зміст поняття "шкала порядку (рангова шкала)".
4. Розкрити зміст поняття "шкала інтервалів".
5. Розкрити зміст поняття "абсолютна шкала".
6. Розкрити зміст поняття "психометрична шкала Сааті".
7. Розкрити зміст поняття "метод експертних оцінок".
8. Навести і пояснити основні форми проведення експертизи.
9. Навести і пояснити основні етапи підготовки і проведення експертизи.
10. Навести основні етапи підготовки і проведення експертизи.
11. Навести приклад використання шкали найменувань.
12. Навести приклад використання шкали порядку.
13. Навести приклад використання шкали інтервалів.
14. Навести приклад використання абсолютної шкали.
15. Навести приклад використання психометричної шкали Сааті.
16. Навести приклад проведення експертизи у формі дискусії.
17. Навести приклад проведення експертизи у формі анкетування.

Змістовий модуль 2. Моделі, методи та алгоритми прийняття рішень

Лекція 5. Моделі та методи прийняття рішень за умов багатокритеріальності

Мета вивчення теми – освоєння моделей і методів прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

Основні питання:

1. Структурування альтернатив з використанням критеріїв.
2. Недомінуючі альтернативи Еджворта – Парето.
3. Моделі і методи прийняття рішень в умовах багато-критеріальності.
4. Парне порівняння на основі єдиної порядкової шкали.
5. Методи прийняття рішень на основі згортки критеріїв.
 - 5.1. Метод головного критерію.
 - 5.2. Лінійна (аддитивна) згортка як метод впорядкування альтернатив.
 - 5.3. Максимінна згортка.
 - 5.4. Мультиплікативна згортка.

Професійні компетенції: знання моделей і методів прийняття рішень в умовах багатокритеріальності.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

5.1. Структурування альтернатив з використанням критеріїв

Раніше ми розглядали варіант бінарного порівняння без використання критеріїв. Звичайно для опису переваг використовуються числові функції, які називаються критеріями, визначені на безлічі результатів вибору. Значення критерію характеризує ступінь інтенсивності деякої властивості результату, важливого з погляду поставленої мети.

У загальному випадку критерій представляють у вигляді деякої оцінної функції K , приймаючої значення на деякій безлічі оцінок, або у вигляді правила, за яким вибирається "якнайкраща альтернатива", яка відповідає максимальному або мінімальному значенню оцінної функції (залежно від значення критерію). Окремим випадком є прийняття рішень на підставі одного критерію.

Такий варіант можливий у випадку задач в умовах повної визначеності, коли критерій виражають у вигляді функції мети, тоді вибір альтернатив полягає у вирішенні оптимізаційної задачі.

Задача багатокритеріального прийняття рішень визначається безліччю можливих рішень A , векторним критерієм K і відносинами переваг між ними.

Для порівняння альтернатив на підставі критеріїв використовується критеріальна таблиця (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Критеріальна таблиця				
	k1	k2		kn
a1	x11	x12		xn 1
a2	x21	x22		xn 2
...	...	...		...
am	xm1	xm2		xmn

5.2. Недомінуючі альтернативи Еджворта – Парето

Хай оцінка трьох альтернатив виконувалася на основі двох критеріїв: вартість і надійність.

Таблиця 5.2

Оцінка трьох альтернатив за двома критеріями		
Альтернативи	Критерій	
	Вартість	Надійність
A1	Невисока	Низька
A2	Висока	Висока
A3	Низька	Висока

Тут альтернатива A3 є найпереважнішою, оскільки вона не гірша решти альтернатив по всіх критеріях. Альтернатива aі є домінуючою відносно альтернативи ak, якщо по всіх критеріях оцінки альтернативи aі не гірше, ніж альтернативи ak, та хоча б по одному критерію оцінка aі краще.

Альтернатива aі, для якої не існує альтернативи ak, кращої по всіх критеріях одночасно, називається недомінуючою, або оптимальною по Парето.

Альтернативи, що належать множині Еджворта – Парето, прийнято називати незрівнянними – кожна з них перевершує будь-яку іншу по якомусь з критеріїв.

У прикладі дві альтернативи A1 і A2 належать множині Парето або множині Еджворта – Парето.

Принцип Парето полягає в тому, що оптимальний результат варто шукати тільки серед елементів множини недомінуючих рішень.

Серед альтернатив можуть виявитися і такі, у яких оцінки за всіма критеріями гірше, ніж у інших. Такі альтернативи не є конкурентоздатними, їх викреслюють з таблиці. Залишаються альтернативи, які хоча б по одному критерію не гірше, ніж інші або недомінуючі альтернативи.

Множину Парето ще називають множиною непокрещуваних рішень.

При пошуку однієї переважної альтернативи необхідні додаткові відомості про критерії, які змогли б зменшити множину Парето.

Рішення багатокритеріальної задачі зводиться до таких етапів.

1. Визначення безлічі непокрещуваних рішень за Парето.
2. Отримання додаткової інформації про критерії.
3. Використання додаткової інформації про критерії доти, поки множина Парето не міститиме тільки одну альтернативу або групу альтернатив і "згортання" критеріїв.

5.3. Парне порівняння на основі єдиної порядкової шкали

Наприклад, необхідно упорядкувати студентів певної групи за оцінками, отриманими з математики і фізкультури, виходячи з п'ятибальної системи оцінок. Причому, вважається, що математика важливіше.

Порівняння будь-якої пари студентів зводиться до пошуку в таблиці поєднань значень критеріїв і відповідних їм рангів (табл.5.3)

Таблиця 5.3

Ранжирування студентів за результатами складання іспитів з двох дисциплін на підставі даних

№	Студент	Оцінка з математики	Оцінка з фізкультури	Ранг
1	Анікєєв	5	3	3
2	Бекетов	5	5	1
3	Руденко	3	4	8
4	Рижов	4	4	5
5	Соковенко	5	4	2
6	Степанов	3	3	9
7	Талуєв	3	5	7
8	Тимірязев	4	5	4
9	Усов	4	3	6

Методи прийняття рішень на основі згортки критеріїв

Метод головного критерію

У методі головного критерію вибирається один з критеріїв, який якнайповніше відображає мету прийняття рішень. Решта критеріїв враховується тільки з погляду можливої вказівки їх нижніх меж. Таким чином, багатокритеріальна задача прийняття рішень замінюється однокритеріальною задачею з критерієм K_i , де оптимальне рішення відповідає вибору альтернативи a^* , для якої виконується умова:

$$a^* = \operatorname{argmax} K_i(a), \quad (5.1)$$

Таблиця 5.4

Критеріальна таблиця вибору кандидатів на посаду

Кандидати	Критерії	
	Освіта	Досвід
1	1	3
2	2	2
3	2	1
4	1	2
5	3	1

Альтернативи 1, 2, 5 незрівнянні або недомінуючі, або утворюють множину Парето. Надалі розглядаються тільки альтернативи 1, 2, 5. Припустимо, другий критерій є головним, тоді оптимальним буде перший кандидат, оскільки значення

$K_1=3$ більше всіх. При використанні обмежень на решту критеріїв рішення буде іншим.

Якщо $K_1 > 2$ ($\lambda_1=2$), то в цьому випадку максимум K_2 досягається для альтернатив 2 і 4.

Але для альтернативи 4 не виконується введене обмеження. Тому оптимальною є друга альтернатива.

Лінійна (адитивна) згортка як метод упорядкування альтернатив

Найпоширеніший спосіб впорядкування альтернатив – "лінійна згортка" (зважена згортка). Кожному критерію привласнюють певну вагу ($w_1, w_2, \dots, w_n$).

Обчислюють зважені суми по кожному рядку критеріальної таблиці за формулою:

$$K_i(a) = \sum x_{ij} w_j, \quad (5.2)$$

Ранжування виконується по значенню K_i . Лінійна згортка є прикладом найпростішої функції корисності.

Далі наведений приклад застосування методу лінійної згортки.

Для прикладу оцінки кандидатів на деяку посаду вектор ваги критеріїв має вигляд: $w_j: (0,4; 0,6)$.

Значення елементів лінійної згортки:

$$K_1 = 0,4 \times 1 + 0,6 \times 3 = 2,2;$$

$$K_2 = 0,4 \times 2 + 0,6 \times 2 = 2;$$

$$K_5 = 0,4 \times 3 + 0,6 \times 1 = 1,8.$$

Перший кандидат є найкращим.

Методу властиві такі недоліки:

1. Низька оцінка по одному критерію може бути компенсована високою оцінкою по-іншому.

2. Не завжди вдається коректно оцінити вагу критеріїв.

Максимінна згортка

Більш універсальним методом вибору на підставі декількох критеріїв є максимінна згортка, обчислюється за формулою:

$$a^* = \arg \max \min x_{ij} w_j, \quad (5.3)$$

Далі наведений приклад оцінки кандидатів на посаду методом максимінної згортки:

$$K_1 = \min \{0,4 \times 1; 0,6 \times 3\} = 0,4;$$

$$K_2 = \min \{0,4 \times 2; 0,6 \times 2\} = 0,8;$$

$$K_5 = \min \{0,4 \times 3; 0,6 \times 1\} = 0,6.$$

Другий кандидат є найкращим на підставі максимінного критерію.

Мультиплікативна згортка

Мультиплікативна згортка використовується в моделях, заснованих на постулаті "низька оцінка хоча б по одному критерію спричиняє за собою низьке значення функції корисності". Мультиплікативна згортка обчислюється за формулою:

$$K_i(a) = \prod_{j=1}^n (x_{ij})^{w_j}, \quad (5.4)$$

Для прикладу оцінки кандидатів на посаду при векторі ваги критеріїв $(0,4; 0,6)$ значення критеріїв для альтернатив 1, 2, 5 такі:

$$K_1 = 1^{0,4} + 3^{0,6} = 2,93$$

$$K_2 = 2^{0,4} + 2^{0,6} = 2,84$$

$$K_3 = 3^{0,4} + 1^{0,6} = 2,55$$

У цьому випадку перший кандидат є якнайкращим.

Побудова узагальненого критерію або "функції цінності" або "функції корисності" – неоднозначна задача, для вирішення якої розроблено безліч методів, вивчення яких виходить за рамки даного курсу.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "багатокритеріальність".
2. Розкрити зміст поняття "критеріальна таблиця".
3. Розкрити зміст поняття "домінуюча і недомінуюча альтернативи".
4. Розкрити зміст поняття "множина Еджворта – Парето".
5. Розкрити зміст поняття "оптимальне по Парето рішення".
6. Розкрити зміст поняття "єдина порядкова шкала".
7. Розкрити зміст поняття "метод головного критерію".
8. Розкрити зміст поняття "метод лінійної згортки".
9. Розкрити зміст поняття "метод максимінної згортки".
10. Розкрити зміст поняття "метод мультиплікативної згортки".

Лекція 6. Прийняття рішень методом аналітичної ієрархії

Мета вивчення теми – освоєння методу прийняття рішень, розробленого для вирішення багатокритеріальних задач, на основі побудови ієрархічної моделі аналізу проблеми і ранжирування альтернатив.

Основні питання:

- 6.1. Загальні відомості про метод аналізу ієрархій.
- 6.2. Терміни, що використовуються при практичній роботі з МАІ.
- 6.3. Метод парних порівнянь у МАІ. Міра узгодженості. Вектор пріоритетів.
- 6.3.1. Індекс узгодженості та відношення узгодженості.
- 6.4. Адекватність моделі, отриманої методом МАІ.
- 6.5. Рекомендації до побудови ієрархій.

Професійні компетенції: знання області застосування методу МАІ, фундаментальних основ розробки моделі, перевірки її адекватності.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

6.1. Загальні відомості про метод аналізу ієрархій

Метод аналізу ієрархій (МАІ) – міждисциплінарний розділ науки, створений працями американського ученого Томаса Сааті, його учнів і послідовників. Дана методологія відповідає природному ходу людського мислення.

МАІ в даний час є найпопулярнішим підходом до рішення багатокритеріальних задач. Це пояснюється тим, що багато реальних проблем можна представити у вигляді ієрархічної структури мети, та варіантів (альтернатив). Крім того, МАІ використовує матриці парних порівнянь, побудова яких не є складною задачею для експертів. Задача прийняття рішення зводиться до наступних кроків.

Існують:

- 1) декілька однотипних альтернатив (об'єктів, дій і т. п.);
- 2) головний критерій (головна мета) порівняння альтернатив;
- 3) декілька груп однотипних чинників (приватних критеріїв, об'єктів, дій і т. п.), що впливають відомим чином на відбір альтернатив;
- 4) множина направлених зв'язків, вказуючих на впливи рішень, критерія і чинників один на одного.

Вимагається кожній альтернативі поставити відповідно пріоритет (число) –отримати рейтинг альтернатив. Чим переважніша альтернатива по вибраному критерію, тим вище її пріоритет або ранг.

Результатом є вектор рангів альтернатив. Сам вибір може виконуватися ОПР одним з варіантів:

вибір (вибрати або відкинути декілька варіантів з групи можливих); розподіл ресурсів (кожний з даних варіантів враховується відповідно до його пріоритету).

Структура моделі прийняття рішень в методі аналізу ієрархій становить схему (граф), а МАІ є систематичною процедурою для ієрархічного

представлення компонент проблеми.

Метод полягає в декомпозиції проблеми на все більш прості складові і подальшій обробці послідовності думок ОПР щодо парних порівнянь. У результаті одержують відносний ступінь впливу компонент нижнього рівня на компоненти верхнього рівня.

Ці оцінки виражаються чисельно. МАІ включає процедури синтезу множинності думок, отримання пріоритетності критеріїв і знаходження альтернативних рішень. Отримані значення є оцінками в шкалі відносин і відповідають жорстким оцінкам (оцінкам в сильних шкалах). МАІ включає такі основні етапи:

1. Декомпозиція проблеми.
2. Побудова ієрархічної структури моделі проблеми;
3. Експертне оцінювання переваг;
4. Побудова локальних пріоритетів;
5. Оцінка узгодженості думок;
6. Синтез локальних пріоритетів;
7. Висновки і пропозиції для прийняття рішень.

6.2. Терміни, що використовуються при практичній роботі з МАІ

При практичній роботі з МАІ, використовуються такі терміни.

Вузол – загальна назва для всіх можливих вирішень (альтернатив), головного критерію (головної мети) рейтингування рішень, усіх чинників, від яких, так чи інакше, залежить рейтинг. Назва вузла співпадає з назвою відповідного рішення, критерію або чинника.

Рішення, критерій і чинники є "вузлами" проблеми прийняття рішення.

Рівень – група всіх однотипних (рівноправних, однорідних, гомогенних і т. п.) вузлів. Назва рівня відображає призначення, функцію групи вузлів у ситуації прийняття рішення.

Фокус або мета – верхній рівень моделі ієрархії. Проміжні рівні складають допоміжні критерії.

Нижній рівень складають альтернативи, з яких потрібно зробити вибір. Значущість (важливість) елементів проміжного рівня залежить від верхнього елемента. Значущість елементів нижнього рівня залежить від елементів проміжного рівня.

Наступний за фокусом рівень можуть займати актори (дійові особи або організації), що роблять вплив на вибір альтернатив.

Наступний рівень займають дії акторів.

Останнім рівнем є сценарії або альтернативи (остаточні варіанти, що підлягають вибору).

Щодо наявності залежності значущості вузлів одного рівня від вузлів іншого рівня говорять, що між даними вузлами є зв'язок. Напрямок зв'язку співпадає з напрямом впливу, тобто зв'язок направлений від впливаючого вузла до залежного. Тобто ті, що виходять з вузла зв'язки вказують на ті вузли, для яких він є критерієм порівняння.

Зв'язок – вказівка на наявність впливу одного вузла (домінуючого) на іншій (підлеглий). На схемі зв'язок зображається лінією. Напрямок зв'язку (і відповідної

стрілки) співпадає з напрямом впливу.

Зв'язок від вузла-чинника до вузла-рішення означає, що перевага (важливість, оптимальність) рішення оцінюється з погляду дії даного чинника.

Кластер – група вузлів одного рівня, підлеглих деякому вузлу іншого рівня – вершині кластера (домінуючому вузлу). Кластери утворюються при розстановці зв'язків між вузлами.

МАІ використовує міру ступеня впливу кожного чинника одного рівня на чинники верхнього рівня або на кінцеву мету. Цей захід утворюється в результаті вислову думок про ступінь впливу (важливості) цих чинників згідно зі шкалою Сааті. На практиці зустрічаються два типи домінантних ієрархій.

Перший тип: ієрархія прямого процесу, яка проектує існуючий стан проблеми на найвірогідніше або логічне майбутнє.

Другий тип: ієрархія зворотного процесу визначає програми управління, що дозволяють досягти бажаного результату.

У табл. 6.1 в узагальненому вигляді наведено рівні ієрархії для двох типів ієрархій.

Таблиця 6.1

Рівні ієрархії в МАІ

Ієрархія прямого процесу	Ієрархія зворотного процесу
1. Макромета, яка повинна бути досягнута в результаті рішення проблеми	1. Попередні (бажані) сценарії
2. Соціальні, політичні, економічні й інші обмеження (чинники)	2. Проблеми і можливості
3. Сили, які рухають чинниками	3. Актори і коаліції
4. Актори, які керують силами	4. Мета акторів
5. Мета акторів	5. Політики акторів
6. Політика акторів	6. Програми досягнення мети
7. Контрастні сценарії	
8. Узагальнений сценарій	

6.3. Метод парних порівнянь у МАІ. Міра узгодженості. Вектор пріоритетів

Таблиця 6.2

Для парного порівняння об'єктів складають квадратну матрицю

Альтер-нативи	A1	A2	...	Aj	...	Аn
A1	a11	a12	...	a1j	...	an1

Продовження талиці 6.2

A2	a21	a22	...	a2j	...	an2
...	...	...	...	...	...	...
Ai	ai1	ai2	...	aij	...	ain
...	...	...	...	...	...	...
An	an1	an2	...	anj	...	ann

Елемент матриці a_{ij} – міра переваги об'єкта A_i над об'єктом A_j , яка виражається експертом у шкалі Сааті, і приймає значення від 1 до 9. Діагональні елементи матриці завжди дорівнюють 1. Для матриці парних порівнянь завжди виконується умова:

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}} \quad (6.1)$$

Тому експерт заповнює тільки верхню наддіагональну частину матриці парних порівнянь.

Розрізняють дві ситуації експертних оцінок порівняльної важливості об'єктів.

Перша ситуація має місце, коли міра порівнюваних властивостей виражена в сильних шкалах. У цьому випадку, якщо міра властивості об'єкта A_i рівна ω_i , а міра об'єкта A_j рівна ω_j , то міра переваги A_i порівняно з A_j рівна ω_i / ω_j . Матриця переваг у цьому випадку є узгодженою.

Узгодженість означає, що якщо порівнюються об'єктів, то достатньо $(n-1)$ думок щодо їх порівняння, де кожний з порівнюваних об'єктів представлений, принаймні, один раз. Уся решта думок може бути виведена з отриманих. Наприклад, для матриці парних порівнянь трьох об'єктів A_1, A_2, A_3 шляхом вимірювань було отримане, що A_1

перевершує A_2 в 3 рази і в 6 разів об'єкт A_3 .

Достатня кількість порівнянь дорівнює: $3 - 1 = 2$. Матриця порівнянь представлена:

Таблиця 6.3

Матриця порівнянь у МАІ

Альтернативи	A1	A2	A3
A1	1	3	6
A2	1/3	1	2
A3	1/6	1/2	1

Оскільки $A_1/A_2=3$ та $A_1/A_3 = 6$, то $A_1=A_2*3$, $A_1=A_3*6$, $A_2*3=A_3*6$, тому $A_2/A_3=2$ та $A_3/A_2=1/2$.

Таку узгодженість називають повною.

Повна узгодженість включає як порядкову, так і кардинальну узгодженість.

Друга, найпоширеніша ситуація, полягає в тому, що властивості об'єктів слабо структуровані і можуть бути оцінені тільки в шкалі порядку. В цьому випадку експерти використовують шкалу Сааті. В цьому разі неможливо досягти повної узгодженості через різні кваліметричні шкали у різних об'єктів тому розглядають два показники: індекс узгодженості (ІУ) і відношення узгодженості

(ВУ).

6.3.1. Індекс узгодженості (ІУ) і відношення узгодженості (ВУ)

В загальному випадку узгодженість зворотно-симетричної матриці еквівалентна до вимоги рівності її максимального власного значення $\lambda_{\max}$ числу порівнюваних об'єктів n ($\lambda_{\max}=n$). Тому як міра розузгодженості розглядають нормоване відхилення $\lambda_{\max}$ від n , яке називається індексом узгодженості:

$$IU=(\lambda_{\max}-n)/(n-1), \quad (6.2)$$

Оцінка прийнятності отриманого узгодження виконується порівнянням його з випадковим індексом (ВІ).

Випадковий індекс – це індекс узгодженості, розрахований для квадратної n -вимірної позитивної зворотно-симетричної матриці, елементи якої згенерували датчиком випадкових чисел, розподілених по рівномірному закону для інтервалу значень: $1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$.

У табл. 6.4 представлені значення випадкового індексу ВІ для різних матриць порядку від 2 до 15.

Таблиця 6.4

Значення випадкового індексу														
Порядок матриці	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ВІ	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,54	1,56	1,57	1,5

Відношення узгодженості обчислюється за формулою:

$$VU=IU/VI, \quad (6.3)$$

Якщо значення ВУ менше ніж 0,1, то ступінь узгодженості вважається добрим. У деяких випадках прийнятним ступенем узгодженості можна вважати діапазон (0,1 – 0,3). Якщо $VU > (0,1 - 0,3)$, то експерту рекомендується переглянути свої думки.

Аналіз результатів експертних оцінок полягає в отриманні вектора пріоритетів порівнюваних об'єктів.

З математичної точки зору необхідно обчислити головний власний вектор матриці. Після нормалізації він стає вектором пріоритетів. Точний спосіб обчислення головного власного вектора матриці складається із зведення матриці в достатньо високі ступені і розподілі суми кожного рядка на загальну суму елементів матриці.

Наближений спосіб, що дає добрі наближення, полягає в такому, що для матриці, наведеної вище, компонента головного власного вектора обчислюється як середнє геометричне значень у рядку за формулою:

$$V_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}} \quad (6.4)$$

Таблиця 6.5

Таблиця матриці

Альтернативи	A1	A2	...	A _j	...	A _n	Головний власний вектор	Вектор пріоритетів
A1	a11	a12	...	a1j	...	a1n	V1	P1
A2	a21	a22	...	a2j	...	a2n	V2	P2
...	...	...	...	...	...	...	...	...
A _i	a _{i1}	a _{i2}	...	a _{ij}	...	a _{in}	V _i	P _i
...	...	...	...	...	...	...	...	...
A _n	a _{n1}	a _{n2}	...	a _{nj}	...	a _{nn}	V _n	P _n

Компонента і вектора пріоритетів обчислюється як нормоване значення головного власного вектора:

$$P_i = V_i / \sum_{i=1}^n V_i \quad (6.5)$$

Наближені значення $\lambda_{\max}$ для оцінки відношення узгодженості можна отримати за формулою:

$$\lambda_{\text{Nas}} = \sum_{j=1}^n \frac{M_j}{* P_j} \quad (6.6)$$

6.4 Адекватність моделі, яка побудована за методом МАІ

Адекватність моделі – властивість моделі, що полягає в здатності моделі відтворювати з необхідною повнотою ті властивості об'єкта, які є істотними для мети аналізу. Інакше ця властивість моделі забезпечувати заданий ступінь ефективності управління процесом досягнення необхідної мети. Адекватність означає, що вимоги повноти, точності правильності моделі виконується тією мірою, яка є достатньою для досягнення поставленої мети.

Вимоги адекватності моделі і об'єкта – необхідна умова для переходу від дослідження об'єкта до дослідження моделі і подальшого перенесення результатів з моделі на об'єкт дослідження.

Будь-яка модель є спрощеною копією оригіналу, тому неможливо говорити про абсолютну адекватність моделі. Оцінка ступеня схожості спирається тільки на оцінку відмінності від оригіналу. Щодо моделі, отриманої згідно з МАІ, до поняття адекватності відноситься перевірка двох моментів:

- 1) відношення узгодженості (ВУ) повинне бути менше 0,1 (прийнятним вважається діапазон значень (0,1 – 0,3));
- 2) модель стійка відносно до незначних змін її структури.

Стійкість вектора пріоритетів – якісна характеристика чутливості значень пріоритетів до малих змін даних або структури моделі. Очевидно, дані, що використовуються для прийняття рішень, завжди більш-менш неточні. Тому чим менша чутливість значень пріоритетів, тим більше обґрунтованість використання цих пріоритетів для підтримки прийняття рішення. Якщо при малих змінах даних або структури рейтинг змінюється неістотно, то він вважається стійким.

Поняття "істотна зміна рейтингу" залежить від задачі, яку вирішують.

6.5 Рекомендації до побудови ієрархій

У методі аналізу ієрархій немає строгих правил створення моделей прийняття рішення. МАІ дозволяє лише систематизувати процес прийняття рішень, упорядкувати процес витягання знань з наявної інформації. Тому для створення моделей прийняття рішення потрібні досвідчені фахівці.

Рекомендується така послідовність підготовки прийняття рішення за допомогою МАІ.

1. Визначити набір можливих (альтернативних) рішень і мету прийняття рішення (головний критерій, за яким визначається перевага рішення). Мета може бути сформульованою дуже узагальнено (часто при постановці проблеми немає чіткого усвідомлення мети).

2. Визначити групи чинників, що роблять вплив на прийняття рішення.

Як правило, частина таких груп – це деталізації сформульованої узагальнено головної мети рейтингування альтернатив (приватна мета, підкритерії і т. п.).

3. Сформувати рівні: перший рівень (вершина) – головна мета (головний критерій) рейтингування рішень, нижній рівень – можливі рішення, проміжні рівні – групи однотипних чинників, що впливають на рейтинг рішень.

Таким чином, сформована рівнева структура моделі.

Така структура дає попереднє уявлення про рейтингування рішень. На ній показані вузли (мета, чинники, рішення), згруповані по типах.

4. З'ясувати структуру впливів між метою, чинниками і рішеннями. При

цьому спочатку виділяють пари рівнів, один з яких робить вплив на іншій. Потім з'ясовують, між якими саме вузлами виділених рівнів є зв'язки.

5. Додати до рівневої структури моделі зв'язки між вузлами. Зв'язок "Мета" —> "Фактор рівня Х" означає, що важливість обліку чинника "Х" у моделі визначається метою рейтингування рішень.

Зв'язок "Фактор" —> "Рішення" означає, що перевага (важливість, оптимальність, доцільність) рішення в моделі визначається зокрема з погляду дії даного чинника. Зв'язок "Чинник А" —> "Фактор Б" означає, що важливість обліку чинника Б у моделі визначається наявністю чинника А.

6. Проаналізувати кластерну структуру моделі прийняття рішення. При необхідності внести корективи: додати або видалити вузли, додати або видалити зв'язки. Таким чином, формування структури моделі завершено (проведений аналіз).

7. Внести дані для кластерів: провести порівняння для вузлів кожного кластера і для кластерів, що мають загальну вершину, або ввести відповідні вектори пріоритетів без проведення порівнянь.

8. Оцінити якість даних (узгодженість, достовірність). При необхідності провести коригування даних.

9. Розрахувати рейтинг пріоритетів рішень і показники узгодженості і достовірності.

10. Доцільно розрахувати вектори пріоритетів для рівнів.

Якщо виявляється, що в масштабі моделі дані недостатньо злагоджені або недостатньо достовірні, то доцільно провести вибіркове коригування даних.

11. Перевірити стійкість рейтингу.

12. Провести інтерпретацію отриманих результатів для підтримки прийняття рішення, тобто провести синтез.

Для інтерпретації результатів може бути потрібна також інформація: про істотні і неістотні чинники, враховані в моделі, про ситуації прийняття рішення, близькі до тієї, що розглядається по структурі або по інформаційному наповненню.

МАІ знаходить застосування в найрізноманітніших сферах людської діяльності:

- розробка програми розподілу ресурсів на підприємстві;
- розподіл транспортних засобів регіону (області, міста);
- планування розвитку системи доставок продукції;
- підбір кандидатів на вакантну посаду;
- виявлення критично важливих технологій для розвитку виробництва;
- виявлення важливих екологічних аспектів у формуванні системи екологічного менеджменту на підприємстві;
- прогнозування цін на товари і послуги;
- атестація фахівців на підприємстві;
- вибір нових технологій основного виробництва й інформаційних технологій в процесі реінжинірингу.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "ієрархічна структура моделі проблеми".

2. Пояснити основні етапи в МАІ.
3. Розкрити зміст поняття "метод парних порівнянь в МАІ".
4. Яким чином враховується наявність декількох рівнів критеріїв у МАІ?
5. Розкрити зміст поняття "зворотно-симетрична матриця".
6. Охарактеризувати поняття "індекс узгодженості (ІУ)".
7. Розкрити зміст поняття "відношення узгодженості (ВУ)" .
8. Охарактеризувати сутність поняття "узагальнений індекс узгодженості".
9. Розкрити зміст поняття "узагальнений випадковий індекс".
10. Пояснити перевірку адекватності моделі, отриманої методом МАІ.

Лекція 7. Концепція корисності та раціональний вибір

Мета вивчення теми – освоєння принципів раціональних рішень і вибору, побудови функції корисності, отримання ефективних рішень.

Основні питання:

- 7.1. Концепції раціонального вибору і ефективного рішення.
- 7.2. Теорія корисності в прийнятті рішень.
- 7.3. Функція корисності.
- 7.4. Задачі прийняття рішень з погляду корисності та вірогідності.
- 7.5. Деякі положення з теорії вірогідностей.

Професійні компетенції: знання основних концепцій раціонального вибору, теорії корисності, отримання ефективних рішень в умовах невизначеності.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

7.1. Концепції раціонального вибору і ефективного рішення

Задача вибору або прийняття рішень є однією з центральних у будь-якій сфері людської діяльності. Рішення приймаються для досягнення конкретної мети, або бажаних результатів, які необхідно отримати в ході планованої операції. Одне з основних допущень при цьому полягає в тому, що ОПР робить раціональний вибір або ухвалює якнайкраще рішення.

Якнайкраще рішення є тією з альтернатив, серед наявних варіантів досягнення мети, яка розглядається ОПР як найголовніший претендент на звання "рішення". Вербально "якнайкраще рішення" можна визначити як альтернативу, яку ОПР стійко виділяє серед інших, якій він постійно віддає перевагу порівняно з будь-якою іншою з наявних альтернатив. Проте в ТПР допускають, що якнайкращих рішень може бути декілька. При цьому вважають, що вони всі між собою однакові за перевагою (еквівалентні).

Множинність якнайкращих альтернатив виникає з неможливості їх розрізнити при даному рівні деталізації переваг ОПР, як у разі множини Парето.

Отже, для виділення єдиної якнайкращої альтернативи є тільки один шлях – послідовне уточнення переваг ОПР по додаткових аспектах (так званий принцип вкладених відносин).

Суть концепції раціональних рішень (від лат. *ratio* – "розум") полягає в тому, що вирішальним аргументом при прийнятті рішення, тобто при свідомому виборі якнайкращого варіанта серед інших, служить логічно несуперечлива, повна і, краще всього, кількісно підтверджена система доказів.

Вводиться ряд припущень про поведінку людини, які називаються аксіомами раціональної поведінки.

Раціональний вибір означає припущення, що рішення є результатом упорядкованого процесу мислення. Слово "впорядкований" визначається фахівцями в строгій математичній формі.

Ефективність рішення оцінюють ступенем корисного ефекту, який одержує ОПР. Якщо мета вибрана правильно (адекватна проблемі), отримані в ході операції результати не гірше тих, які були намічені як мета, значить, вирішення є

вдалим, тобто – ефективним.

Користь може бути виражена, наприклад, у зростанні прибутку, в поліпшенні екологічного стану навколишнього середовища, в збільшенні сегмента ринку, в підвищенні продуктивності праці, в підвищенні іміджу ОПР, престижу його фірми і т. п.

Ефективність рішення – це суб'єктивна оцінка ОПР корисності даного рішення в цілях усунення проблеми, що стоїть перед ним. Саме ця оцінка і є раціональною основою для осмисленого вибору.

7.2. Теорія корисності в прийнятті рішень

Поведінка людини при виборі і механізм порівняльної оцінки альтернатив є проблематикою спеціальної гілки науки, яка отримала назву теорії корисності.

Корисність згідно з теорією корисності – суб'єктивна оцінка альтернативи – міра, за допомогою якої ОПР цілеспрямовано визначає її якість. У процесі вибору різні фахівці переслідують різну мету (економісти – питання, пов'язані з реалізацією товарів на ринку, екологи – питання охорони навколишнього середовища, соціологи – питання переваги виборців) і виходять з різних передумов. Тому існує декілька визначень поняття "корисність".

Корисність – цілеспрямована міра, визначувана щодо задачі оцінки, яка ставиться керівником процесу оцінки, і що фіксується в документації. Таким чином, завжди є мета, щодо якої визначається корисність об'єкта оцінки.

Корисність – величина, яку в процесі вибору максимізувала відповідальна особа або особа з раціональним економічним мисленням.

Раціональна людина в економіці – людина, яка слідує аксіомам раціонального вибору.

Корисність означає ступінь задоволення, який одержує суб'єкт від споживання товару або виконання якої-небудь дії.

Корисність управлінського рішення полягає у виборі найбільш адекватного зовнішнім і внутрішнім умовам розвитку підприємства рішення.

У цілому можна сказати, що корисність – це уявна міра психологічної і споживацької цінності різних благ.

У будь-якому випадку перед ОПР стоїть задача кількісного оцінювання міри переваги альтернатив одної перед одною, для чого використовується функція корисності.

Побудова функції корисності залежить від наявності інформації про предмет вибору і умови його функціонування.

Основою будь-якого процесу управління є інформація, якої володіє ОПР.

Основні інформаційні проблеми, що виникають при виробленні складних рішень ділять на такі групи.

- 1) початкова накопичена інформація про проблему є неповною або недостовірною;
- 2) в момент прийняття рішень необхідна інформація не є доступною;
- 3) недолік ресурсів для прийняття рішень позначається на тому, що прийняття одного варіанта пов'язано з відмовою від можливо кращого;
- 4) наявність множини критеріїв;
- 5) отримана інформація є нечіткою;

б) досліджувані процеси мають вірогідносний характер, і неможливо точно передбачити остаточний результат.

Проблеми з недоліком інформації створюють умови невизначеності, і є перешкодою для отримання узагальненої оцінки відносної ефективності, важливості, цінності або корисності ухвалюваних рішень.

Вплив невизначеності може позначатися по-різному. Якщо існує безліч можливих рішень і щодо кожного з них відомо, що воно призводить до деякого конкретного результату, то вибір здійснюється в умовах визначеності. У таких "детермінованих" ситуаціях усі елементи, що впливають на майбутні результати, мають цілком певне значення (яке відоме або може бути встановлене), і завдання полягає в їх перерахуванні і виборі одного або декількох з тих, які дають максимум чи мінімум деякого показника.

Вибір рішення в умовах визначеності має місце, якщо стосовно кожної дії відомо, що вона незмінно призводить до деякого конкретного результату.

Відома концепція оптимальності в математиці і дослідженні операцій є не що інше, як формальне вираження концепції найкращого рішення з метою отримання корисного ефекту. У цьому випадку як критерій використовується єдиний скалярний показник. Цей варіант прийняття рішень було розглянуто при вирішенні задач прийняття рішень в умовах визначеності.

У теорії статистичних рішень прийнято розрізняти ситуації ризику і невизначеності.

Вибір рішення в умовах ризику чи доброякісної невизначеності має місце, якщо кожна дія приводить до одного з безлічі можливих приватних результатів, причому кожен результат має відому імовірність появи.

Вибір рішення в умовах повної невизначеності має місце, якщо та чи інша дія (або всі дії) має (мають) наслідком безліч можливих результатів, але імовірності цих результатів невідомі.

Вибір рішення в умовах нечіткої інформації має місце, коли для ОПР нечіткими є такі аспекти:

- бачення мети вибору,
- оцінка альтернатив,
- оцінка критеріїв,
- оцінка відношення переваги альтернатив.

Неможливість повної формалізації не виключає можливості застосування математичного апарату при вирішенні задач прийняття рішень в умовах ризику, невизначеності, нечіткої інформації. Розроблені і широко використовуються методи вирішення таких задач.

Оскільки в практиці немає універсальної міри, що має фізичне значення і дозволяє порівняти результати операцій, вводять якусь штучну міру. Такий захід визначається через корисність альтернатив (результатів). Більшість ОПР використовують порівняно простий підхід до оцінки альтернатив: упорядкування їх за зростанням корисності від

найменш корисних до найбільш корисних. Своє ставлення до альтернатив ОПР можуть висловити і кількісно, приписавши кожному результату деяке число, що визначає його відносну перевагу, використовуючи метод ранжирування

альтернатив. Наприклад, найменш корисний результат може бути відображений числом 1, наступний – числом 2 і т. д., до найбільш корисного результату.

Таким чином, корисність результату операції це дійсне число, яке приписують результату операції і характеризує його переваги в порівнянні з іншими альтернативами щодо мети.

7.3. Функція корисності

Якщо відомі можливі альтернативи та їх показники корисності, можна побудувати функцію корисності, яка дає основу для порівняння і вибору рішень.

Функція корисності становить числову обмежену функцію F_a , визначену на множині альтернатив $A = \{a_i\}$, $k=1,2,\dots,I$, так, що $F(a_i) = F(a_j)$, коли альтернативи a_i і a_j неможливо розрізнити, тобто не можна віддати перевагу ні тому, ні іншому результату, і $F(a_i) > F(a_j)$ коли альтернатива a_i переважніше альтернативи a_j ($a_i \succ a_j$). Методи побудови функції корисності у разі багатокритеріального вибору діляться на евристичні та аксіоматичні. До евристичних методів відносять: метод головного критерію і метод узагальненого критерію або згортки критеріїв, які ми розглядали раніше. Метод головного критерію зводиться до оптимізації по одному вибраному критерію, за умови, що інші критерії не більше (або не менше) прийнятних значень.

Метод узагальненого критерію полягає в згортці набору критеріїв у числову функцію, яка є функцією корисності.

Розрізняють такі види згорток: лінійна або адитивна згортка, максимінна згортка, мультиплікативна згортки (розглядалися в темі 4).

Аксіоматичні методи побудови функції корисності – це формальні методи, засновані на тому, що формулюються спеціальні припущення (аксіоми) про властивості переваги альтернатив, виконання яких гарантує існування функції корисності конкретного виду.

Зазвичай, під час використання таких методів функцію корисності будують в адитивному вигляді як суму функцій корисності за кожним критерієм з деякими ваговими коефіцієнтами $\lambda_1, \dots, \lambda_n$.

$$f = \lambda_1 f_1 + \dots + \lambda_n f_n, \quad (7.1)$$

Множина методів вирішення багатокритеріальних задач заснована на трьох важливих особливостях. По-перше, вважається, що не існує рішення, найкращого в незалежному від ОПР сенсі. Завжди рішення може бути найкращим лише для даного ОПР.

По-друге, вважається, що не існує оптимального рішення при виборі системи для всіх цілей і впливів зовнішнього середовища. Система може бути ефективною тільки для конкретної мети і в конкретних умовах. У інших умовах і для інших цілей система може бути неефективною.

По-третє, методи дослідження операцій (лінійне, нелінійне, динамічне програмування та ін.) не задовольняють вимогам, що пред'являються до завдань оцінювання складних організаційних систем, оскільки вид цільової функції або невідомий, або не заданий аналітично, або для неї відсутні засоби рішення.

7.4. Задачі прийняття рішень з точки зору корисності та імовірності

Постановка задач прийняття рішень з точки зору корисності та імовірності подій звичайно заключається в такому: ОПР вибирає якісь дії в середовищі, де на

одержуваний результат (результат) дії впливають випадкові події, непідвладні йому. Маючи деякі знання про імовірності цих подій, ОПР може розрахувати найбільш вигідну сукупність і черговість своїх дій.

7.5. Деякі положення з теорії імовірності

Події А та В є несумісними, якщо вірогідність сумісної появи А та В дорівнює нулю.

Сумою двох несумісних випадкових подій А та В є подія С, що полягає в появі хоча б однієї з цих подій. Імовірність суми двох несумісних випадкових подій дорівнює сумі імовірностей цих подій:

$$P(A+B) = P(A) + P(B), \quad (7.2)$$

Якщо несумісні події утворюють повну групу, то сума їх імовірностей дорівнює одиниці. Події А та В є сумісними, якщо вірогідність появи А та В не дорівнює нулю.

Сумою двох сумісних випадкових подій А та В є подія С, що полягає в появі хоча б однієї з цих подій чи обох цих подій. Добутком двох сумісних випадкових подій А та В є подія, що полягає в спільній появі цих подій. Події А та В є незалежними, якщо вірогідність настання однієї з них не залежить від появи другої. Імовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку їхніх імовірностей:

$$P(A*B) = P(A) * P(B), \quad (7.3)$$

Імовірність добутку двох залежних подій А та В дорівнює добутку імовірності однієї з них на умовну вірогідність іншої, отриману за умовою, що перша подія мала місце:

$$P(A*B) = P(A) * P(B/A), \quad (7.4)$$

Якщо подія А може статися тільки за умовою появи однієї з подій B1, B2, ..., Bn, які утворюють повну групу несумісних подій, то імовірність події А дорівнює сумі добутків імовірностей кожної з подій B1, B2, ..., Bn на відповідну умовну імовірність події А. Вірогідність настання події А розраховується за формулою повної вірогідності:

$$P(A) = \sum_{i=1}^N P(B_i) * P(A/B_i), \quad (7.5)$$

Формула Байєса застосовується при вирішенні практичних задач, коли подія А, яка з'являється сумісно з якоюсь з подій B1, B2, ..., Bn, які утворюють повну групу несумісних подій, мала місце та необхідно виконати переоцінку імовірностей подій B1, B2, ..., Bn. Апріорні імовірності P(Bi) подій B1, B2, ..., Bn відомі. Необхідно обчислити апостеріорні вірогідності P(Bi/A). Вони обчислюються за формулою Байєса

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "якнайкраще рішення".
2. Розкрити зміст поняття "раціональний вибір".
3. Розкрити зміст поняття "ефективність рішення".
4. Розкрити зміст поняття "корисність".
5. Розкрити зміст поняття "функція корисності" і навести приклади побудови функції корисності при вирішенні багатокритеріальних задач.
6. Розкрити зміст поняття "сумісні випадкові події".
7. Розкрити зміст поняття "несумісні випадкові події".
8. Розкрити зміст поняття "незалежні випадкові події".
9. Розкрити зміст поняття "залежні випадкові події".
10. Розкрити зміст поняття "умовна імовірність".
11. Розкрити зміст поняття "формула Байєса".

Лекція 8. Моделі та методи прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності та ризику

Мета вивчення теми – освоєння моделей і методів прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику.

Основні питання:

8.1. Виграш і ризик при прийнятті рішень в умовах невизначеності.

8.2. Прийняття рішень в умовах ризику.

8.3. Дерево рішень як метод прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (в умовах ризику).

Професійні компетенції: знання моделей і методів прийняття рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику.

Нормативна база для вивчення теми: математика, дослідження операцій, теорія вірогідностей, статистика, системний аналіз.

8.1. Виграш і ризик при прийнятті рішень в умовах невизначеності

Як зазначалося в темі 1, у теорії прийняття рішень розрізняють такі види невизначеності.

Стохастична або імовірнісна невизначеність має місце, коли відомі імовірності настання наслідків прийняття рішень. Її називають "доброякісна невизначеність".

Повна невизначеність має місце, коли інформація, необхідна для прийняття рішень, є неточною, неповною, нечіткою, некількісною, а формальні моделі досліджуваної системи або занадто складні, або відсутні.

При прийнятті рішень в умовах нечіткої інформації, невизначеності і ризику, як і в завданнях теорії статистичних рішень, розглядаються платіжні матриці (для дискретного випадку), або платіжна функція (в безперервному випадку). Значення в платіжній матриці, або в платіжній функції залежать від 2-х чинників: стан природи, варіанти рішень ОПР.

У матриці платежів розглядаються m можливих стратегій: $A_1, A_2, \dots$. У стовпцях – стратегії природи: $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$; a_{ij} – виграш при кожній парі стратегій:

Таблиця 8.1

Матриця критеріїв

Рішення	Стан			
	Π_1	Π_2	...	Π_n
A_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
A_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
A_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}

Необхідно вибрати таку стратегію ОПР A_i , яка є найбільш вигідною порівняно з іншими, або таку, що максимізує деяку критеріальну функцію, що відображає систему переваг ОПР. Оскільки стан природи не визначено при здійсненні певного вибору, то ОПР ризикує. У цьому випадку в теорії прийняття рішень вводиться поняття "ризик". Ризиком g_{ij} гравця, що використовує стратегію

Аі в умовах P_j , називається різниця між виграшем, який він одержав би, якби знав умови P_j , і виграшем, який він отримає, не знаючи їх. Щоб отримати значення ризику g_{ij} необхідно доповнити матрицю виграшів рядком з β_j максимальними значеннями виграшів по стовпцях і побудувати матрицю ризиків з елементами: $g_{ij} = \beta_j - a_{ij}$

У цьому випадку необхідно прийняти рішення, яке мінімізує значення ризику.

Таким чином, розрізняють дві постановки задачі про вибір рішення:

у першій необхідно отримати максимальний виграш, у другій – мінімальний ризик.

Найпростіший випадок невизначеності "доброякісна" або стохастична невизначеність, коли стани природи мають певні імовірності p_j , які відомі ОПР. У цьому випадку необхідно вибрати стратегію, для якої середнє значення виграшу, взяте за рядком, є максимальним.

Таким чином, у разі стохастичної невизначеності обидва підходи ("від виграшу" і "від ризику") дають одне і те ж оптимальне рішення. Необхідно зауважити, що поняття "ризик" традиційно пов'язують з певною імовірністю або зі стохастичною невизначеністю настання тієї чи іншої небажаної події. Тому визначення терміна "ризик" таке: "Небажана подія, що полягає в збитку або втраті, що настає з певною імовірністю". Коли імовірності станів природи не піддаються оцінці, то для прийняття раціонального рішення роблять спробу знайти не найгірше рішення. У цьому випадку все залежить від точки зору ОПР на ситуацію, від позиції дослідника, від того, якими втратами загрожує невдалий вибір рішення. У випадку, коли імовірності P_j існують, але ОПР вони невідомі, розроблені спеціальні критерії прийняття рішень: критерій Лапласа, критерій Вальда, критерій Гурвіца, критерій Севіджа.

8.2. Прийняття рішень в умовах ризику

Задачі прийняття рішень в умовах ризику займають проміжне становище між задачами прийняття рішень в умовах визначеності і в умовах повної невизначеності.

У цьому випадку розглядаються кілька станів природи, аналітик робить припущення про імовірність настання кожного з них. Наприклад, існує m ($m > 1$) станів природи і P_j

– оцінка імовірності настання події j . У загальному випадку значення імовірностей оцінюються на підставі статистичних даних за минулий час, де були зафіксовані прояви події протягом певного періоду спостережень.

Очікуване значення випадкової величини обчислюється як зважене середнє всіх можливих значень цієї випадкової величини, де ваги є імовірностями прийняття випадковою величиною даних значень. Оскільки результат прийняття того чи іншого рішення залежить від станів природи, очікуваний результат, пов'язаний з рішенням i , обчислюється як сума добутків виграшу a_{ij} та імовірності p_j .

Далі обирається вирішення, яке максимізує очікуваний результат:

$$A^* = \max A_i$$

При наявності випадкових факторів у задачі прийняття рішень необхідно враховувати не тільки переваги ОПР відносно різних наслідків, але і її ставлення (схильність) до ризику.

Моделі прийняття рішень, що відображають реальні виробничі ситуації, як правило, надзвичайно складні. Раціональний вибір означає, що рішення ОПР є результатом послідовного процесу мислення. Процес розробки і аналізу моделі прийняття рішень в умовах ризику полягає в такому:

- 1) створення структури моделі;
- 2) визначення значень імовірностей можливих результатів;
- 3) визначення значень корисності можливих результатів;
- 4) оцінка альтернатив і вибір стратегії.

Традиційно такі завдання вирішуються із застосуванням методу дерева рішень

8.3. Дерево рішень як метод прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (в умовах ризику)

Дерево рішень – графічна модель аналізу рішень в умовах ризику.

Дерева рішень створюються для використання у випадках, коли приймається послідовність рішень, кожне з яких веде до деякого результату.

Типове дерево рішень складається з вузлів рішень (квадрат) і вузлів випадкових подій або рішень випадку (коло).

Гілки, що виходять із вузла рішення, представляють можливі рішення, а гілки, що виходять із вузла подій, відповідають різним випадковим подіям. На гілках дерева позначають значення імовірностей, у кінцевих гілок представляють результат дії. Дерево будують зліва направо.

У закінченому дереві рішень шлях від початкового вузла дерева до якого-небудь кінцевого вузла представляє послідовність рішень і можливих випадкових подій.

Обчислення в дереві рішень виконуються за схемою зворотного перерахування, починаючи від кінцевих вузлів і закінчуючи початковим вузлом дерева. Цей метод називають методом "згортання" дерева. При цьому для вузлів подій обчислюються очікувані значення від випадкових подій, а для вузлів рішень як значення вибирається максимальне очікуване значення, обчислене для гілок, що виходять із вузла рішень.

Таким чином, по дереву рішень визначається оптимальна стратегія – послідовність рішень, які повинні виконуватися при виникненні тих або інших випадкових подій.

Питання для самоперевірки

1. Розкрити зміст поняття "доброякісна невизначеність".
2. Розкрити зміст поняття "повна невизначеність".

3. Розкрити зміст поняття "матриця платежів".
4. Розкрити зміст поняття "виграш" при прийнятті рішень.
5. Розкрити зміст поняття "ризик" при прийнятті рішень.
6. Розкрити зміст поняття "дерево рішень". Яким чином будують дерево рішень?
7. Розкрити зміст поняття "вузли рішень".
8. Розкрити зміст поняття "вузли випадкових подій".
9. Яким чином у дереві рішень обчислюються очікувані значення для вузлів подій?
10. Яким чином у дереві рішень обчислюються очікувані значення для вузлів рішень?
11. Розкрити зміст поняття "метод згортання дерева".
12. Розкрити зміст понять "гілки рішень", "гілки подій" у дереві рішень.
13. Навести приклад задачі прийняття рішень в умовах ризику.

Список використаних джерел:

1. Бутко М. П. Теорія прийняття рішень [текст] підручник. / За заг. ред. Бутка М. П. [М. П. Бутко, І. М. Бутко, В. П. Мащенко та ін.] – К. : «Центр учбової літератури», 2015. – 360 с.
2. Волошин О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посіб. Для студ. вищ. навч. закл. / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – 2-ге вид., перероб. та допов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 336 с.
3. Кравченко Ю. А. Организация базы знаний о земной поверхности / Ю. А. Кравченко // Геодезия и картография. - 2002. - № 4. - С. 42-54.
4. Лабоцкий В. В. Управление знаниями: технологии, методы и средства представления, извлечения и измерения знаний / В. В. Лабоцкий - Мн. : БГЭУ, 2006. - 320 с.
5. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах / О. И. Ларичев. - М. : ЛОГОС, 2000.-296 с.
6. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ЛОГОС, 2002. - 392 с.
7. Литвак Б. Г. Разработка управленческого решения / Б. Г. Литвак. - М. : Изд. "Дело", 2004. - 392 с.
8. Литвак Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений / Б. Г. Литвак. - М. : Патент, 1996. - 271 с.
9. Лямец В. И. Системный анализ / В. И. Лямец, А. Д. Тевяшев. - Х. : ХНУРЭ, 2004. - 448 с.
10. Матиас Нельке. Учимся принимать решения. Быстро, точно, правильно / Матиас Нельке. - М. : ОМЕГА-Л, 2007. - 127 с.
11. Методи та моделі розроблення комп'ютерних систем і мереж : монографія / В. С. Пономаренко, С. В. Мінухін, С. В. Кавун та ін. ; за заг. ред. докт. екон. наук професора Пономаренка В. С. - Х. : Вид. ХНЕУ, 2008.-316 с.
12. Орлов А. И. Нечисловая статистика / А. И. Орлов. - М. : МЗ- Пресс, 2004. - 345 с.
13. Орлов А. И. Основы теории принятия решений / А. И. Орлов. - М. : Финансы и статистика, 2004. - 192 с.
14. Орлов А. И. Принятие решений. Теория и методы разработки управленческих решений : учебное пособие / А. И. Орлов. - М. : "Март", 2005.-496 с.
15. Орлов А. И. Эконометрика / А. И. Орлов. - М. : Экзамен, 2002. - 576 с.
16. Павленко Л. А. Корпоративні інформаційні системи : навчальний посібник / Л. А. Павленко. - Х. : Вид. "ІНЖЕК"; ХНЕУ, 2005. - 260 с.
17. Павленко Л. А. Методичні рекомендації до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни "Системи обробки еколого- економічної інформації" для студентів спеціальності 7.080407 усіх форм навчання / Л. А.

Павленко. - Х. : Вид. ХНЕУ, 2007. - 64 с.

18. Пономаренко В. С. Методи та системи підтримки прийняття рішень в управлінні еколого-економічними процесами підприємств : навчальний посібник / В. С. Пономаренко, Л. А. Павленко, О. М. Беседовський та ін. – Х. : Вид. ХНЕУ, 2012. – 272 с.

19. Принципи моделювання та прогнозування в екології: підручник / В. В. Богобоящий, К. Р. Чурбанов, П. Б. Палій та ін. - К. : Центр навчальної літератури, 2004. - 216 с.

20. Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. - Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. - 320 с.

21. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем / Т. Саати, К. Кернс. - М. : Радио и связь, 1991. - 224 с.

22. Світличний О. О. Основи геоінформатики : навч. посібн. / О. О. Світличний, С. В. Злотницький ; за заг. ред. О. О. Світличного. - Суми : ВТД "Університетська книга", 2006. - 295 с.

23. Ситник В. Ф. Системи підтримки прийняття рішень : навч. посібн. / В. Ф. Ситник. - К.: КНЕУ, 2004. - 614 с.

24. Терелянский П. В. Системы поддержки принятия решений. Опыт проектирования: монография / П. В. Терелянский. - Волгоград : ВолгГТУ. - 2009. - 127 с.

25. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень. 2009 [Електронний ресурс] / А. В. Катренко, В. В. Пасічник. - Режим доступу : <http://vlp.com.ua/node/7110>.

26. Sven Ove Hansson. Decision Theory: A Brief Introduction (an excellent non-technical and fairly comprehensive primer). Department of Philosophy and the History of Technology. Royal Institute of Technology (KTH). Stockholm, 2005. - 94

с. [Electronic resource] / Sven Ove Hansson. - Access mode : <http://www.infra.kth.se/~soh/decisiontheory.pdf>.

27. Deductor Studio [Electronic resource]. - Access mode: <http://www.basegroup.ru>.